

As Diversas Possibilidades de Representações Matemáticas: considerações sobre o seu uso no ensino e na aprendizagem

Mariana Moran Barroso¹

Valdeni Soliani Franco²

GD9 - Processos Cognitivos e Linguísticos em Educação Matemática

RESUMO

Este trabalho busca investigar o uso das Representações Semióticas no ensino de Geometrias, tanto a Geometria Euclidiana, como as não Euclidianas. Para isso, será oferecido um curso para professores da Educação Básica, envolvendo alguns conteúdos específicos das Geometrias. Neste curso serão trabalhadas três metodologias de ensino utilizando-se: Expressões Gráficas, Materiais Manipuláveis e Softwares Matemáticos. As metodologias serão empregadas com o objetivo de trabalhar, simultaneamente, as Representações Semióticas relacionadas ao conteúdo estudado. Ao final do curso serão selecionados entre os participantes, três professores que utilizarão cada um, uma dessas três metodologias estudadas. Os pesquisadores irão acompanhá-los em sala de aula durante as aulas que versarão sobre alguns conteúdos escolhidos. Durante essas aulas, será registrada a participação dos alunos. Após o período determinado para a apresentação dos conteúdos nas três turmas, será aplicado um teste de aprendizagem, sobre os conteúdos trabalhados, com o objetivo de comparar os resultados obtidos nas três turmas.

Palavras-chave: Geometrias. Representações Semióticas. Expressões Gráficas. Materiais Manipuláveis. Softwares Matemáticos.

Introdução

Estudar as aplicações da teoria das Expressões Gráficas, dos Materiais Manipuláveis e de Softwares Matemáticos pautados na Teoria das Representações Semióticas para o ensino e a aprendizagem das Geometrias é a principal proposta deste trabalho. As referidas teorias serão investigadas em um ambiente de sala de aula com um grupo de alunos durante as aulas de Matemática da Educação Básica. O conteúdo a ser trabalhado é especificamente Geometrias: Geometria Euclidiana e Geometrias não

¹ Universidade Estadual de Maringá – marianamorabar@gmail.com

² Universidade Estadual de Maringá – vsfranco@uem.br

Euclidianas. Estudar-se-á as representações de objetos matemáticos³ utilizando as Expressões Gráficas, os Materiais Manipuláveis e Softwares Matemáticos simultaneamente às variações de registros de Representações Semióticas.

Além destes objetivos principais mencionados, o trabalho propiciará aos professores e alunos participantes do estudo e aos seus leitores, novas metodologias de ensino de Geometrias.

A escolha pelo trabalho com as Geometrias se deve ao fato de que pesquisas anteriores já mostravam o aparente descaso com o ensino das Geometrias nas últimas décadas (PAVANELLO, 1989; BONETE, 2000; NACARATO, 2000; CABARITI, 2004). Não só o descaso, mas a formação precária de muitos professores que afirmam não se sentirem preparados para ministrar aulas sobre este conteúdo (ALMOULOU, 2004). Além disso, o conteúdo Geometrias não Euclidianas foi incluído nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica de Matemática do Estado do Paraná – DCE, recentemente (em 2006).

Desta forma, serão estudadas as potencialidades dessas três metodologias citadas anteriormente quando aliadas à Teoria das Representações Semióticas de Raymond Duval.

A Teoria das Representações Semióticas e a representação de objetos matemáticos

“Geralmente consideram-se as representações semióticas como um suporte para as representações mentais: as representações semióticas teriam a função de comunicar as representações mentais” (DAMM, 1999, p. 143).

Também podemos dizer que as Representações Semióticas auxiliam nos sistemas de representação com dificuldades próprias de significado e funcionamento (DUVAL, apud DAMM, 1999). A necessidade de representações para um objeto matemático se deve ao fato de que eles não possuem existência física e isso pode comprometer a compreensão de certos conteúdos. Mas, de acordo com ALMOULOU (2007) a compreensão ou descoberta do objeto matemático é obtida quando o sujeito é capaz de coordenar vários registros de representação. Como uma opção metodológica, então, o professor poderá

³ Referimo-nos a objetos matemáticos com sendo os conteúdos da matemática que necessitam de representações.

utilizar diferentes representações para um mesmo objeto. De acordo com Nehring (1996, apud DAMM, 1999) o sujeito precisa enxergar/coordenar os procedimentos da passagem do material concreto para o tratamento aritmético.

Outro fator importante mencionado por Brandt (2005) é o cuidado que se deve ter para que os sujeitos, em fase de aprendizagem, não confundam os objetos matemáticos com suas representações. Essa distinção é essencial para a conceitualização do objeto matemático.

Tratando-se da Geometria, “os objetos que aparecem podem, deste modo, ser diferentes dos tipos de objetos que a situação exige ver” (DUVAL, 2012). Ou seja, ao desenharmos um objeto matemático, por exemplo, um poliedro, não é simples perceber que este objeto tem ângulos congruentes ou se é semelhante ou não ao outro objeto também representado. Deste modo, transitar entre os vários registros de representação auxilia na interpretação do que se pretende ensinar.

Sendo assim, como este trabalho está baseado na Teoria das Representações Semióticas de Duval, das três metodologias que serão empregadas – Expressões Gráficas, Materiais Manipuláveis e Softwares Matemáticos – considerar-se-á como Representação Semiótica as Expressões Gráficas e os objetos representados com a utilização de Softwares. Mas, o fator principal deste trabalho, está nas variações dos registros de representação que serão trabalhados enquanto as três metodologias são empregadas, uma a uma. Acredita-se que o fato das Expressões Gráficas e dos Softwares Matemáticos serem representações semióticas não influenciará na aplicação das teorias e muito menos na análise dos dados, pois mesmo diante dos Materiais Manipuláveis e dos Softwares será feito a variação dos registros de representação conforme explica a Teoria das Representações Semióticas.

Enfim, acredita-se que o uso das Representações Semióticas juntamente com as Expressões Gráficas, os Materiais Manipuláveis e os Softwares, respectivamente, auxiliará na compreensão das Geometrias para a Educação Básica.

O uso das Expressões Gráficas como representação para objetos matemáticos

Esta proposta de pesquisa busca, dentre outros fatores, utilizar as Expressões Gráficas juntamente com as Representações Semióticas como representação de objetos matemáticos possibilitando assim o aprendizado das Geometrias. De acordo com (Dienes,

1975) “A matemática é uma linguagem adaptada especialmente à expressão e à comunicação de tipos particulares de informação”.

Admite-se, neste projeto, como Expressão Gráfica, um registro de representação semiótica apoiado em toda forma de imagem passível de comunicar uma ideia, um conceito ou um pensamento, pois em muitos conceitos, principalmente na Matemática, um texto não é suficiente para transmitir um conhecimento necessitando então de uma imagem que completará a ideia proposta pelo texto, sem abandoná-lo. Para Moreira (2012, p.3) “Imagens são representações específicas que retêm muitos dos aspectos perceptivos de determinados objetos ou eventos, vistos de um ângulo particular, com detalhes de uma certa instância do objeto ou evento”.

Nesta pesquisa, diferencia-se o uso de Softwares do uso de Expressões Gráficas, pois no primeiro, será levado em consideração o contato do sujeito com uma máquina. Ou seja, o indivíduo precisará compreender os comandos básicos do Software em questão, além de saber os conceitos matemáticos envolvidos para uma representação adequada. Motivo suficientemente relevante para diferenciar o uso de tecnologias (Software) do uso do pincel e do quadro ou, lápis e papel.

Quanto ao uso de imagens que simbolizam objetos matemáticos, Dienes (1973) escreve que certa porção de artificialidade, ajuda a formar um tipo de simbolismo rudimentar e particular quanto à matemática. O pesquisador exemplifica este fato com base na comparação entre a aprendizagem da língua materna e da matemática explicando que os ruídos matemáticos não são acessíveis do mesmo modo que o barulho da nossa língua materna. Por isso, então, faz-se necessário a manipulação de imagens matemáticas e figurativas promovendo o processo de simbolização.

O uso de Expressões Gráficas como tabelas, quadros, diagramas, mapas, figuras simbolizam, perceptivelmente, informações e dados numéricos que podem ser difíceis de serem aprendidos diretamente (Machado, 1999). Principalmente quando se estuda conteúdos matemáticos que perceptivelmente são inacessíveis. Referindo-se ao conteúdo Geometrias, alguns objetos geométricos, que baseados em sua definição por extenso, são impossíveis de visualizar sem o apoio de uma figura ou imagem.

Deste modo, com o uso das Expressões Gráficas e a Teoria das Representações Semióticas pretende-se possibilitar a compreensão das Geometrias para alunos e professores da Educação Básica.

O uso de Softwares Matemáticos para a representação de objetos matemáticos

O uso de tecnologias na educação tem sido um tema presente entre professores e pesquisadores principalmente quando se refere à Matemática. Talvez, dentre outros motivos, isso se deva ao fato de que alguns conteúdos desta ciência foram desenvolvidos por meio da informática, como por exemplo, a descoberta da Geometria dos Fractais por Benoit Mandelbrot no início dos anos 80. Este geômetra utilizou da informática para estudar o comportamento dos objetos matemáticos hoje conhecidos como Fractais (Batista, 2012).

Com o uso de tecnologias em geral, os alunos ficam suscetíveis a novas descobertas. Para este trabalho, será utilizado, especificamente o Software GeoGebra, que será descrito logo mais, e os objetos, por seu meio construídos são considerados como um sistema de representação semiótica. “Uma das vantagens do uso do GeoGebra é que suas construções são dinâmicas [...]. Isso permite que o sujeito faça grande quantidade de experimentações que lhe possibilite construir proposições geométricas” (GERÔNIMO, et al., 2010, p. 11).

Especificamente, nesta proposta de pesquisa, será abordado o conteúdo estruturante Geometrias também com o uso do Software GeoGebra. O interesse em trabalhar com este Software se deve ao fato de que atualmente, no Estado do Paraná, tem-se um programa governamental de inclusão digital das escolas públicas (são 2.100 escolas, incluindo as escolas rurais) chamado Paraná Digital. Este programa está fundamentado na disponibilidade de recursos educacionais por meio de computadores e da Internet, inclusive do Software GeoGebra instalado em todos os Laboratórios de Informática das escolas públicas e universidades.

O software Geogebra, é um software gratuito que abrange conceitos de Geometria, Álgebra e Cálculo. Ele foi desenvolvido pelo austríaco Markus Hohenwarter, no ano de 2002. Com este software, é possível construir pontos, retas, circunferências ou círculos, segmentos de reta, gráficos de funções, entre outros.

Conforme citado por Lovis (2009), os softwares de Geometria Dinâmica auxiliam no aprendizado de conceitos geométricos devido à diversidade de funções que disponibiliza.

O Software GeoGebra apresenta duas janelas, uma de área de desenho e outra de Álgebra possibilitando o trabalho simultâneo entre os dois. Isso auxilia na visão

geométrica e algébrica do que está sendo construído.

Logo, neste trabalho será utilizado o Software GeoGebra como uma opção de recurso didático para o ensino de Geometrias trabalhando na variação dos registros de Representação Semiótica.

Os Materiais Manipuláveis como uma representação para objetos matemáticos

As experiências que podem ser realizadas com Materiais Manipuláveis se enquadram como uma oportunidade para a aprendizagem das Geometrias. Materiais Manipuláveis remete à tudo que pode ser manipulado pelo sujeito e faz parte dos materiais que compõem um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM). Especificamente neste trabalho, serão considerados como Materiais Manipuláveis, materiais que podem ser construídos manualmente, por exemplo, jogos em geral, poliedros e figuras planas confeccionadas, quebra-cabeças e outros. Esses serão considerados como um tipo de representações (não semióticas) para objetos matemáticos.

Lorenzato, organizador e autor do livro *O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores* (2006), escreve que os Materiais Manipuláveis facilitam a realização de descobertas e permitem um trabalho menos formal. O uso de Materiais Manipuláveis no estudo da matemática tem motivado os seus participantes a elaborarem sua própria aprendizagem. “Na disciplina de Matemática, [...], o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2006, p. 23). O LEM também permite que seus participantes compreendam os conceitos elementares da matemática, como, por exemplo, a compreensão de propriedades de objetos matemáticos que de acordo com o filósofo Platão, encontram-se somente no mundo das ideias. Sendo assim, com os Materiais Manipuláveis, podemos criar representações para tais objetos e compreender melhor suas propriedades.

É importante ressaltar que o sujeito em contato com Materiais Manipuláveis precisa raciocinar e não apenas brincar com as experiências (TAHAN, 1962, p. 74-5). Passos (2006) escreve que:

Embora tenha ocorrido, por parte de muitos professores, uma compreensão restrita desse método, por entenderem que a simples manipulação de objetos levaria à compreensão, estudos mostraram a existência de estreita relação entre a experimentação e a reflexão (PASSOS, 2006, p. 77).

Pais (2002, p.9) faz o seguinte questionamento: “O ensino de matemática pode se resumir à apresentação de uma sequência de axiomas, definições e teoremas?” Acredita-se que para obter êxito nos processos de ensino e de aprendizagem, o professor deve realizar juntamente com o aluno experiências que atraiam a atenção deste e que tornem a aula mais produtiva matematicamente. As experiências que podem ser realizadas com os Materiais Manipuláveis se enquadram nesta ideia. De acordo com Lorenzato (2006), alguns estudiosos enfatizaram a significância de um Laboratório de Ensino de Matemática na prática e na aquisição do conhecimento: Comenius (século XVII); Pestalozzi (século XVII); Rousseau (século XVIII); Froebel (século XIX); Dewey (século XIX e XX); Montessori, Freinet, Piaget e Vygotsky (século XX).

Desta maneira, pretende-se investigar qual a contribuição dos Materiais Manipuláveis que compõem um LEM para a aquisição do conhecimento das Geometrias quando estes estão aliados à Teoria das Representações Semióticas.

Objetivos

Objetivo Geral

Investigar o uso das Expressões Gráficas, dos Materiais Manipuláveis e de Softwares Matemáticos no ensino e na aprendizagem das Geometrias, quando aplicados individualmente à Teoria das Representações Semióticas.

Objetivos Específicos

- Pesquisar sobre as variações de registros de Representações Semióticas;
- pesquisar as metodologias de ensino com Expressões Gráficas, Materiais Manipuláveis e Softwares Matemáticos;
- investigar semelhanças e diferenças entre essas metodologias, no que diz respeito às representações de objetos matemáticos quando utilizados para o ensino das Geometrias;

- utilizar as Expressões Gráficas, os Materiais Manipuláveis e Softwares Matemáticos aliados aos vários registros de Representações Semióticas;
- verificar se, na prática, alguma das metodologias aplicadas é mais adequada para a compreensão dos conceitos de Geometrias pelos alunos da Educação Básica;
- investigar os conhecimentos de Geometria Euclidiana e não Euclidianas dos professores participantes do curso que será proposto.

Justificativas

No resultado de uma das pesquisas realizadas por Curi (2010), ela observa que os professores possuem “lacunas” em termos de conhecimentos matemáticos e didáticos. Ao analisarmos, brevemente, este resultado, notam-se duas vertentes: o conhecimento matemático e o conhecimento didático. Como os professores são os responsáveis por introduzir os conceitos matemáticos básicos para a formação do aluno, vê-se a importância destes terem tanto o conhecimento matemático quanto o conhecimento didático.

Na vertente, conhecimento matemático, o trabalho presente propõe um estudo aprofundado sobre as Geometrias. Bonete (2000) e Cabariti (2004), afirmam que o ensino desses conteúdos muitas vezes não é apresentado nem nos cursos de formação de professores de Matemática, dificultando ainda mais seu ensino nas escolas.

Acreditamos que muitos professores desconhecem ou conhecem muito pouco a Geometria Euclidiana e principalmente as não Euclidianas. E, quando questionados com relação a esses conteúdos confundem os conceitos buscando na Geometria Euclidiana uma explicação para as Geometrias não Euclidianas.

Com relação ao conhecimento didático, os professores que tiverem a oportunidade de participar do curso, poderão aprender diferentes metodologias de trabalho para ensinar as Geometrias. Além disso, trabalhar com diferentes metodologias desenvolve uma prática de espontaneidade, diversão e acima de tudo, de autonomia intelectual do aprendiz.

Sendo assim, estabelecemos os seguintes problemas de pesquisa:

- Será que existe uma metodologia que apresenta melhores resultados para a aprendizagem das Geometrias entre: a Expressão Gráfica, os Materiais Manipuláveis ou os Softwares Matemáticos? Considerando que todos eles serão aplicados juntamente com a Teoria das Representações Semióticas.

- Quais as semelhanças e diferenças no aprendizado das Geometrias quando utiliza-se Expressões Gráficas, Materiais Manipuláveis ou Softwares Matemáticos associados à Teoria das Representações Semióticas?
- Como ensinar o conteúdo estruturante Geometrias utilizando os diferentes registros de Representações Semióticas?

Metodologia

O objetivo deste trabalho é aprofundar estudos sobre a Teoria das Representações Semióticas aliada ao uso de Expressões Gráficas, posteriormente ao uso dos Materiais Manipuláveis e também ao uso de Softwares Matemáticos. Além disso, pretende-se investigar o conhecimento das Geometrias de um grupo de professores que atuam no Ensino Fundamental e Médio.

Nesse estudo, será colocado em prática a Teoria das Representações Semióticas juntamente com as três teorias expostas anteriormente. Para atingir o objetivo proposto será necessária uma pesquisa de caráter investigativo sobre todas as teorias propostas.

Na sequência, será feita a parte qualitativa da pesquisa que está dividida em dois momentos.

No primeiro momento será oferecido um curso de Geometria a cerca de 50 professores de Matemática da Educação Básica. Este curso permeará a aplicação da Teoria das Representações Semióticas com as Expressões Gráficas; as Representações Semióticas com os Materiais Manipuláveis e paralelamente as Representações Semióticas com Softwares Matemáticos.

No segundo momento, para cumprir com êxito a investigação que propõe a pesquisa, serão selecionados três professores entre os participantes do curso oferecido no primeiro período. Cada um desses professores, em suas respectivas salas de aula, fará a aplicação de uma das metodologias. Por exemplo, o professor 1 ensinará o conteúdo Geometrias utilizando registros de Representação Semiótica e Expressão Gráfica (lousa e giz, régua e compasso), o professor 2 utilizará a variação dos registros de Representação Semiótica e os Materiais Manipuláveis do LEM para cumprir o mesmo objetivo do professor 1 e da mesma forma o professor 3, só que este utilizará os diferentes registros das Representações Semióticas e Softwares Matemáticos.

Após a aplicação das metodologias citadas anteriormente, será feita uma investigação sobre as suas contribuições no ensino de Geometrias. Faremos essa investigação por meio de testes que serão aplicados aos alunos participantes. Deste modo, os sujeitos da pesquisa são os alunos da Educação Básica, desses professores selecionados.

Os instrumentos de pesquisa serão fichas de observação não estruturada, máquinas fotográficas, filmadoras e testes que serão aplicados no final e no decorrer das aulas.

Enfim, o presente trabalho será orientado da seguinte maneira: investigação das Teorias de Representações Semióticas, das Expressões Gráficas, dos Materiais Manipuláveis e de Softwares Matemáticos; suas aplicações no trabalho das Geometrias Euclidiana e não Euclidianas com professores; a eficácia de cada teoria na prática em sala de aula com alunos da Educação Básica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOUD, Saddo Ag et al. **A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos**. In: Revista Brasileira de Educação, n.27, 2004.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

AG ALMOULOUD, Saddo; MANRIQUE, Ana Lucia; SILVA, Maria J. F.; CAMPOS, Tânia M. M. **A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos**. In: Revista Brasileira de Educação, n.27, 2004.

BATISTA, M. C. ; DEGTIAR, S. ; FANCA JUNIOR, D. C. ; SILVA, A. T. ; BOHM, P. A. F. ; OLIVEIRA, C. ; SANCHES, F. M. ; PORFIRIO, M. R. ; BARRETO, M. R. . **Antigas invenções modernas explicações**. 1 ed. Maringá: Massoni, 2012. v. 2000.

BONETE, Izabel Passos. **As Geometrias Não-Euclidianas em Cursos de Licenciatura: Algumas Experiências**. Mestrado em Educação – FE – Unicamp, 2000. 240f.

BRANDT, Celia Finck. **Contribuições dos registros de representação semiótica na conceituação do sistema de numeração.** 2005. 244 f. Tese (Doutorado em Educação Científica) – Universidade Federal de Santa Catarina.

CURI, Edda. **A Formação Matemática dos Professores das Séries Iniciais.** Disponível em: http://www.sbemba.com.br/anais_do_forum/Palestras/MR1_Curi.pdf Acesso em: 29 de setembro de 2010.

CABARITI, Eliane. **Geometria Hiperbólica: uma proposta didática em ambiente informatizado.** São Paulo, 2004. 181p. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

DAMM, Regina F. Registros de representação. In: MACHADO, Silvia D. A. (Org.). **Educação Matemática: uma introdução.** São Paulo, SP: EDUC, 1999.

DIENES, Zoltan P. **O poder da matemática: um estudo da transição da fase construtiva para a analítica do pensamento matemático da criança** [tradução: Irene Bicudo, Maria Aparecida Viggiani Bicudo e Ieda C. Tetzke] São Paulo, EPU; Brasília, INL, 1975.

DUVAL, Raymond. **Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência** (tradução: Méricles Thadeu Moretti). Revemat. Florianópolis, v.07, n.1, p.118-138, 2012.

GERÔNIMO, João Roberto; BARROS, Rui Marcos de Oliveira; FRANCO, Valdeni Soliani. **Geometria Euclidiana Plana: um estudo com o software Geogebra.** Maringá: Eduem, 2010.

LORENZATO, Sergio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: _____ (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

LOVIS, Karla Aparecida. **Geometria Euclidiana e Geometria Hiperbólica em um Ambiente de Geometria Dinâmica: o que pensam e o que fazem os professores.** 2009. 147 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, Paraná.

MACHADO, Nilson José. **Epistemologia e didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente.** São Paulo: Cortez, 1999.

MOREIRA, Marco Antonio. **Modelos mentais.**
<http://moreira.if.ufrgs.br/modelosmentaisport.pdf>. Acesso em 10 set. 2012.

NACARATO, Adair Mendes. **Educação Continuada sob a Perspectiva da Pesquisa-Ação: Currículo em ação de um grupo de professores ao aprender ensinando Geometria.** Tese de Doutorado – FE – Unicamp, 2000. 223f.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa.** 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação do. **Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica Matemática.** Curitiba, 2008.

PASSOS, Carmen Lúcia Brancaglioni. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, Sergio (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino da Geometria: uma visão histórica.** Mestrado em Educação - FE - Unicamp, 1989. 164f.

PONTE, João P.; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula.** 1ª ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

TAHAN, Malba. **Didática da Matemática.** São Paulo: Edição Saraiva, 1962.