

Matemática *Online* e Pensamento Coletivo: uma Abordagem Expansiva para Análise de Dados

Daise Lago Pereira Souto¹

GD 06 - Tecnologia da Informática, Educação Matemática e Educação a Distância

Resumo

Abordagens expansivas têm sido propostas por Engeström. Estudioso da atual geração da Teoria da Atividade, esse autor desenvolveu, primeiramente, o conceito de transformações ou ciclos expansivos, em que a preocupação central está nas relações das práticas organizacionais de trabalho e, mais tarde, formulou a Teoria de Aprendizagem Expansiva, que também explora os conflitos e insatisfações presentes no contexto escolar. O objetivo deste artigo é mostrar como esses conceitos, em conjunto, podem servir como aporte teórico-metodológico para compreender situações em que um pensamento coletivo se forma para solucionar tarefas Matemáticas em um contexto *online*. Minha visão de pensamento coletivo corrobora a noção de Seres-Humanos-Com-Mídias apresentada por Borba, que trouxe para o âmbito da Educação Matemática as ideias de reorganização do pensamento de Tikhomirov e de coletivo pensante de Lévy. Usarei um exemplo empírico tirado dos dados de minha tese, em que o cenário da pesquisa foi a 11ª edição do curso de formação continuada de professores "Tendências em Educação Matemática". A análise dos dados revelou que miniciclos expansivos podem ser pedagogicamente potencializados na medida em que um pensamento coletivo que envolve humanos e mídias se constitui para enfrentar as contradições de forma colaborativa.

Palavras-chave: Educação a Distância. Teoria da Atividade. Seres-Humanos-Com-Mídias.

1. Introdução

O Encontro Brasileiro de Pós-Graduandos em Educação Matemática - EBRAPEM², desde sua primeira edição tem sido pautado na construção de um espaço para discutir pesquisas em andamento, observar seus processos, elaborações, tomada de decisões, contribuições para o refinamento de métodos e sustentação teórica de referenciais. Reconhecendo a importância desse espaço, em 2010, na XIV edição desse evento, busquei contribuições para as ideias que permeavam o meu projeto de doutorado, em 2011 apresentei o *design emergente*³ da pesquisa e, este ano, em que a análise dos dados está sendo construída, coloco em discussão como a base teórica que

¹ Doutoranda do Programa de pós-graduação em Educação Matemática da UNESP-RC, Membro do GPIMEM – Grupo de Pesquisa em Informática outras mídias e Educação Matemática e Professora da UNEMAT – Universidade do Estado do Mato Grosso- e-mail: daiselago@gmail.com.

² <http://matematica.ulbra.br/xviebrapem/historico.html>

³ O *design emergente* deve ser interpretado como o processo de desenvolvimento da investigação em busca de respostas às questões que permeiam o estudo. Lincon e Guba (1995); Araújo e Borba (2004).

sustenta a pesquisa pode contribuir para a análise de situações que envolvem a realização de tarefas matemáticas em um contexto *online*.

O cenário onde os dados foram produzidos foi a 11ª edição do curso de extensão online “Tendências em Educação Matemática”. Realizado no primeiro semestre de 2011 e direcionado a professores, teve uma carga horária total de 32 horas, divididas em encontros síncronos e assíncronos. No curso foram discutidas criticamente algumas das Tendências em Educação Matemática e, além disso, foram abordados tópicos sobre o estudo das cônicas. As interações ocorreram por meio de ferramentas como *chat*, portfólio, fóruns e correio eletrônico, disponíveis no ambiente Tidia-Ae⁴, que foi o ambiente virtual utilizado nesta edição. Para os encontros síncronos de cunho matemático os participantes foram divididos em quatro grupos⁵ para reflexão, discussão e resolução das atividades com o GeoGebra⁶. Esses grupos foram organizados de forma a reunir participantes de regiões diferentes, de modo a privilegiar as interações online.

2. Ciclos Expansivos e Aprendizagem Expansiva

O conceito de ciclos ou transformações expansivas é um dos princípios que forma a base da atual geração da Teoria da Atividade. Essa teoria é considerada uma extensão do pensamento vygotskyano, aborda questões referentes à relação Homem-Mundo, e tem como eixo central as transformações recíprocas que ocorrem nas interações que se estabelecem entre o ser humano e o ambiente no desenvolvimento de atividades práticas mediadas por artefatos⁷. Ela parte do princípio de que toda atividade humana é intencional e surge de necessidades que geram motivos, que, por sua vez, impulsionam ações para a satisfação destas necessidades.

O conjunto de princípios que fundamentam a Teoria da Atividade tem, ao longo do tempo, sofrido ampliações, uma delas foi proposta por Engeström (1987) e está ligada à necessidade de se compreender as relações que ocorrem dentro de um contexto coletivo, como o desse estudo. O autor explica a atual geração da Teoria da Atividade

⁴ <http://tidia-ae.rc.unesp.br>

⁵ Cada grupo possuía sala de bate-papo própria.

⁶ O Geogebra é um software de matemática dinâmica que permite a cominação de procedimentos geométricos e algébricos. Acessando o site - <http://www.geogebra.org> - pode-se instalar gratuitamente em qualquer computador.

⁷ Artefatos no âmbito da teoria da atividade devem ser entendidos como instrumentos e signos. Os instrumentos referem-se aos objetos (equipamentos) tangíveis, e os signos reportam-se às palavras, aos números, aos recursos mnemotécnicos, aos sistemas de escrita, etc.

em cinco princípios, quais sejam: a unidade de análise, a multivocalidade, a historicidade, as contradições internas e as transformações ou ciclos expansivos. Sendo esse último, foco do artigo em pauta.

Engeström (1987) explica que as transformações ou ciclos expansivos são movimentos contínuos de construção e resolução de tensões e contradições⁸, em um sistema que envolve objeto, artefatos e as perspectivas dos participantes envolvidos. Esses ciclos geralmente começam com um questionamento ou uma crítica à prática corrente. A seguir é feita a análise da situação e das possíveis soluções. Com o avanço do ciclo o novo passo a ser dado é o desenho e a execução de uma nova representação, de um novo modelo ou uma nova ideia que explique e ofereça uma solução para a situação-problema. Parte-se então para a experimentação desse modelo ou dessa ideia, com o intuito de verificar suas potencialidades e limitações. Encontrado o melhor modelo, solução ou ideia, é hora de implementar, por meio de aplicação prática. Segue-se então a reflexão avaliativa sobre nova representação, a partir da qual a nova prática se consolida. Embora o autor tenha laçado mão de uma forma bem didática para descrever as transformações expansivas, é necessário esclarecer tais transformações não são lineares, não seguem estágios pré-definidos ou com algum tipo de ordem hierárquica, pelo contrário são movimentos cíclicos, recorrentes, instáveis e sua visão enquanto conjunto é sempre fluida.

De acordo com Engeström (1999), ciclos expansivos têm sido utilizados como referencial de interpretação em estudos com períodos relativamente longos (meses, anos), mas esses ciclos maiores podem envolver diversos ciclos menores que geralmente duram poucos dias ou horas, são os microciclos ou ciclos em miniatura que devem ser considerados como potencialmente expansivos. Assim, o recorte dos dados que eu trouxe para discussão pode ser considerado um miniciclo expansivo.

Já a Teoria da Aprendizagem Expansiva, também desenvolvida por Engeström (2002), recomenda que os aprendizes devem ter a oportunidade de vivenciar no ambiente escolar: *o contexto da crítica*, que consiste em analisar criticamente e sistematicamente sua atividade enfatizando o poder de questionar, contradizer e debater; *o contexto da descoberta*, que implica na elaboração e implementação de caminhos alternativos para a realização das tarefas escolares e *o contexto da aplicação* que

⁸ As contradições são desequilíbrios, variações ou diferenças de práticas e/ou princípios e podem gerar transformações positivas ou negativas.

ênfatisa a relevância social, do envolvimento da comunidade e da prática guiada.

Desse modo, explica Engestr n (2002), a aprendizagem expansiva não   construída de forma complacente de cima para baixo, pelo contrário, se reorganiza reflexivamente para enfrentar as contradi es e adquire força com o esforço conjunto.

3. Seres-Humanos-Com-M dias

A visão epistemológica sustentada por Borba (1999) de que seres humanos e m dias misturam-se de forma inextrincável, formando uma unidade que pensa em conjunto e produz conhecimento   formulada a partir das perspectivas teóricas de Tikhomirov (1981) e Lévy (1993).

Tikhomirov (1981) apoia-se no conceito de reorganiza o presente nos processos de intera o do homem com o ambiente e propõe a constitui o de um sistema formado por *ser-humano-computador*. Já Lévy(1993), ao contemplar as dimensões técnicas e coletivas da cogni o, sugere um sistema que componha um coletivo pensante de *homem-coisas*. O trânsito dessas ideias para o âmbito da Educa o Matemática   feito por Borba (2001):

Do meu ponto de vista, creio que essa metáfora [seres-humanos-com-m dias] sintetiza uma visão de cogni o e de história das técnicas que permite que seja analisada a participa o de "novos atores" informáticos nesses coletivos pensantes de uma forma que não julgamos se há "melhoria" ou não, mas sim de uma forma que identifica transforma es em práticas. [...] tal no o   adequada para mostrar como o pensamento se reorganiza com a presença das tecnologias da informa o e que tipos de problemas são gerados por coletivos que incluem lápis e papel e diversas facetas das tecnologias da informa o. (BORBA, 2001, p.139, grifos do autor)

Borba (2001) destaca que não existe uma média melhor ou pior, mas sim, diferentes tipos de m dias que têm ao longo da história, condicionado a produ o de conhecimentos qualitativamente diferentes. Esse autor se baseia nos estudos dos anteriores enfatizando a no o que se trata de vários seres-humanos e diferentes m dias. Mais ainda, ele e seu grupo de pesquisa apresentam exemplos oriundos de pesquisas que buscam compreender como que tais no es se traduzem em Educa o Matemática. Para ele, os seres humanos ao interagirem com as m dias, reorganizam o pensamento, de acordo com múltiplas possibilidades e restri es que elas oferecem. Portanto, a presença

ou a ausência de uma mídia influencia o tipo de conhecimento produzido, e mais, o uso ou o surgimento de uma determinada mídia, não invalida ou extingue outra.

4. (Re)construindo o conceito

O episódio⁹ que apresento na sequência evidencia os movimentos adotados pelo grupo 4 na resolução da seguinte tarefa sobre a parábola: "escreva a equação $y^2 = -8x$ na entrada algébrica. Observe a parábola, determine suas coordenadas de foco e a equação da diretriz". Ao "forçar" os participantes a solucionarem uma tarefa considerada "tradicional", queríamos que eles refletissem sobre tema, e ao mesmo tempo, queríamos verificar se havia algum tipo de conflito conceitual sobre as compreensões que já tinham sobre a parábola e as compreensões que iriam (re)construir ao utilizarem as mídias informáticas.

Engeström (1984) recomenda que sempre devemos convidar nossos alunos a realizar a análise crítica de como os conteúdos específicos nos são apresentados, principalmente em livros didáticos, pois só assim será possível romper com a encapsulação¹⁰ da aprendizagem escolar. Essa tarefa, pode, então, ser considerada um convite aos participantes para a realização de uma análise crítica da forma como o conteúdo específico da parábola tem sido apresentado. No comentário que segue, Thaís expressa o seu entendimento em relação ao tipo de análise que foi proposta. As colocações dela deixam de forma implícita o entendimento de que não se trata de uma abordagem usual ou trivial. Por outro lado, também evidencia a compreensão de que apesar de se tratar de uma tarefa recorrente nos livros didáticos, a forma estática e muitas vezes mecânica com tem sido tratada pode e deve ser repensada, reconsiderada, reestruturada, como objetiva a tarefa proposta.

Thais - Olha Virginia... tambem tenho que confessar que estou mexida com essas construções... nunca tinha parado para estudar a parábola assim... fiquei tentada a procurar teorias as respeito, mas decidi que nao ia, para conseguir chegar nas minhas propiras construções... acho que a Daise quer que sejamos investigativas, e nesse processo até parece que estamos construindo o conceito novamente... rrsr

⁹ Optei em manter os possíveis erros de português ou digitação que eventualmente podem surgir.

¹⁰ Engeström chama de encapsulação a forma como a aprendizagem escolar tem sido, cada vez mais, compartimentada, dividida em cápsulas, isolada e sem sentido.

No excerto acima Thais diz que se sente "mexida" demonstrando o quanto as construções imprimiram movimentos de reorganização em seu pensamento¹¹, pois, apesar de atuar com este tema já há algum tempo, ela revela que nunca havia estudado dessa forma, construindo seus próprios conceitos. Engeström (1987) destaca que os aprendizes precisam, antes de tudo, ter oportunidades de analisar criticamente e sistematicamente, devem ter a oportunidade de elaborar e implementar um caminho alternativo, um modelo novo de fazer o trabalho escolar. Em suas próprias palavras no diz: "os alunos têm de aprender algo que ainda não está ali; eles adquirem sua atividade futura enquanto a vão criando" (ENGESTRÖM, 2002, p.193). Aprender o que "não está ali", no caso desses dados, significa descobrir através da exploração de conjecturas e refutações o que está implícito na tarefa em pauta, mais especificamente, significa buscar compreensões no momento em que se (re)constrói os conceitos envolvidos no estudo da parábola. Uma possibilidade para que os professores venham, efetivamente, propiciar aos seus alunos momentos de análise crítica e descoberta, é propiciar à eles próprios vivências como essas, que podem tornar-se estímulos para práticas futuras. É exatamente esse tipo de vivência norteado pelo movimento de buscar o que não está "ali" que é registrado nesse episódio.

Elza - Fizeram a letra j??Tive problemas...

Virginia - pelo q me parece, o foco deve estar sobre o eixo x, à esquerda de y, ou seja, deve ser um x negativo, com y=0. o q vcs acham meninas, será q o caminho é esse. Me parece q o foco deve ser equidistante dos dois "braços" da parábola, e para q isso ocorra, precisa estar sobre o eixo x e nesse caso, a diretriz deve ser paralela ao eixo y?

Elza - Paralela??Pq??

Virginia - não sei explicar...pensando na atividade¹² q fizemos anteriormente, movimentando o ponto A, qdo P traçava a parábola...lembra, pensando naquilo, me parece q é mais ou menos isso, precisamos buscar essa confirmação

No bate-papo acima Elza solicita ajuda de suas colegas para solucionar a tarefa da parábola. A referida questão alavancou, no grupo, o que Engeström(1987) chama de contradição do tipo terciária, pois nela foi proposto algo novo, que até então, não era padrão dominante nas demais tarefas, despertando a necessidade de novos procedimentos para solucioná-la. Todas as tarefas que a precedem continham um passo-

¹¹ O termo reorganização do pensamento é empregado no sentido atribuído por Tikhomirov (1981).

¹² A palavra atividade é adotada pelos professores participantes no sentido de tarefas escolares.

a-passo para a construção com o software GeoGebra, utilizando principalmente o recurso arrastar desse aplicativo. Ao final havia questões que deveriam ser respondidas com base na análise das representações que ocorriam nas janelas algébrica e geométrica (visualização) do software. A partir dessa contradição um miniciclo expansivo começa a se desenvolver, como é possível perceber já nas primeiras contribuições do grupo. De acordo com Engeström(1999), quando uma contradição surge, ela soa como um "convite" para que o demais se tornem membros da atividade. Neste caso, o convite foi feito por Elza.

Para que esse miniciclo expansivo avance é necessário que se tenha o "aceite", que configura-se como movimentos de análise da situação e das possíveis soluções. Esse momento é iniciado já nas colocações de Virgínia que, estimulada pelas construções anteriores, busca estabelecer algumas relações: "*o foco deve estar sobre x, à esquerda de y*"; "*o foco deve ser equidistante dos dois braços da parábola*"; "*a diretriz deve ser paralela à y*". Entretanto, esse início parece ter sido construído de forma bem intuitiva, pois a própria Virginia ainda não consegue explicar o porquê de suas conjecturas. Thaís também contribuí para a formulação de possíveis soluções utilizando o GeoGebra.

Thais - concordo que o foco é um ponto do tipo $(x,0)$. Entao, fiz um parametro com esse valor

Virginia - prossiga thais, por favor, estou agoniada...

Thais - mas num tá dando virginia... vou tentar descrever

Elza - O que não tá dando??

Thais - meus testes... perai gente... Minha ideia é deixar fixa a distancia de um ponto $(x,0)$ a parabola do outro lado e tentar seguir os procedimentos que fizemos da perpendicular e da mediatriz

Virginia - um ponto p formação da parábola é o foco q, por hora, estamos considerando q esteja sobre o eixo x $(x,0)$. Para q a parábola exista, o outro,ponto deve estar sobre a diretriz e ambos devem ser equidistantes de qualquer ponto do traçado da parábola. Pois é, parei nisso...me ajudem a organizar isso, os dados são esses, mas agora precisamos a partir disso, conseguir provar q a diretriz é paralela a y ou nao

Thais - ele esta sob o eixo x. Concordo virginia... por isso estou tentando deixar esse ponto fixo no eixo x e fixar a distancia dele para o outro lado, em busca da reta diretriz... mas estou me perdendo nos procedimentos. Virginia... ela é paralela ao eixo y

Virginia - é o q penso...

Elza - Ah gente,eu to perdida!!

Thais - comsegui!!!! ops... consegui.... O foco é o $(-2,0)$ e a diretriz é a reta $x=2$

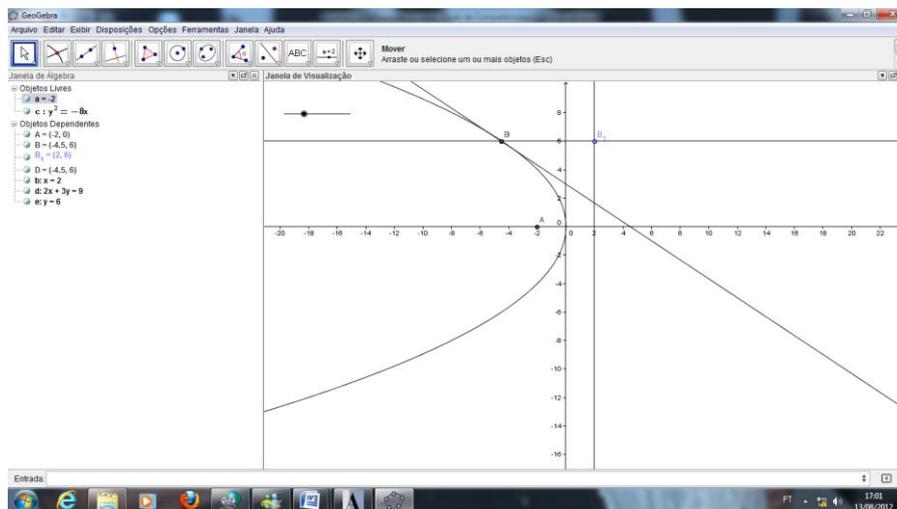
Elza - Fala Thais...

O trabalho avança, Thaís concorda com as conjecturas de Virginia, Elza ainda não consegue acompanhar o raciocínio de suas colegas, mas mantêm-se motivada para compreender o que não está "ali" e encontrar uma solução. A tentativa de Thaís era de explorar as possibilidades do software, "fixando" alguns elementos da parábola e utilizando o recurso arrastar em outros, fazendo assim, simulações até encontrar a resposta desejada. Esse tipo de procedimento é chamado por Borba e Villarreal (2005) de abordagem-experimental-com-tecnologias.

Os movimentos no excerto acima o momento em que a construção de um modelo que explique e ofereça solução para a tarefa se intensifica. Além disso, esses movimentos ilustram parcialmente a noção de moldagem recíproca (BORBA; VILLARREAL, 2005), pois as ações de Thaís e de suas colegas foram moldadas pelos *Feedbacks* do Geogebra, a reorganização do pensamento se dava a cada nova simulação que estava condicionada às possibilidades que o software oferecia. Thaís explica os procedimentos que utilizou na proposta de construção:

Thais - Gente... vou descrever os passos que eu fiz... a minha internet tá muito ruim... cada vez que eu escrevo a minha tela some por um minuto... Primeiro, usando aquela ideia de que nosso ponto está no eixo x, eu quis criar um ponto que se movimentava no eixo x, aí pensei naquele parametro k que tinha criado e fiz algo igual: escrevi lá embaixo.... $a=-4$ enter e aí criei o ponto $F=(a,0)$ dessa forma consigo movimentar o ponto sem tira-lo do eixo x. Com essa nossa discussão aqui, acabei de perceber que devia fazer isso também com a reta diretriz, já que sabíamos que ela é paralela ao eixo y. então criei um parametro $b=4$ e tracei a reta $x=b$. Tracei um ponto G qualquer nessa reta $y=b$ tracei uma perpendicular a esta reta que passava por G (como tínhamos feito na atividade. Tracei a mediatriz entre G e F. Peguei o ponto de encontro entre as duas e tentei ajustar os seletores pois já tinha conseguido que este ponto passasse pela origem e só era preciso acertar a concavidade e acertando os seletores a e b, usei no -2 (para a) e no 2 (para b) e deu certo!!!!!!! Ao movimentar o ponto de intersecção entre a perpendicular e a mediatriz ele deixava o rastro exatamente na parábola desejada!!!! Foi isso... não sei se expliquei direito... peço desculpas pq aqui a internet está muito ruim... melhorou um pouco agora acho que porque está terminando o período. Estou muito feliz!!! Não ia dormir sem conseguir!!!

Figura 1 - A solução do grupo para tarefa da parábola



Fonte: Grupo 4

As conjecturas do grupo sobre a reta diretriz, foco e outros elementos da parábola, ajudaram Thaís na elaboração da proposta de construção. Quando Thaís diz "*(como tínhamos feito na atividade)*", estava se referindo às construções que o grupo havia feito na primeira tarefa da parábola. A motivação do grupo era tão intensa que nem mesmo o problema de conexão lenta desanimou o grupo e o entusiasmo e a satisfação pela descoberta tem seu ápice nas palavras finais de Thaís. Engeström (2002) afirma que um dos componentes essenciais da aprendizagem expansiva é proporcionar aos aprendizes o *contexto da descoberta*, que enfatiza os poderes de experimentar, modelar, simbolizar e generalizar. Thaís também realça a importância das contribuições do grupo para o resultado final, embora tenha sistematizado o passo-a-passo da construção, o fez baseada nas discussões realizadas nos chats anteriores, nas interações com o grupo e com o software.

Engeström (1999) explica que após ser encontrado "melhor" modelo, ou a "melhor" representação, inicia-se o movimento de experimentação, de testar as possibilidades e restrições da solução encontrada. Nesse caso, o "ser professor de matemática" teve uma influência marcante no processo, pois neste momento o grupo mobilizou-se no sentido de buscar compreensões e argumentos que justificassem a construção. O grupo segue então discutindo os procedimentos da construção.

Elza - Como vc chegou a sugestão de resolução mandada pelo email?? Tentavas ou as escolhas possuem um pq??

Thais - tudo possui um porque... por isso insisto na colaboração do grupo. Peço desculpas a todas, pois estava muito irritada pq a minha internet não funcionava e me senti muito egosista quando comecei a escrever sem parar minhas conclusões, mas elas foram baseadas na discussão. O fato do ponto estar no eixo x , gerava o padrão dele ser $(x,0)$, mas não sabia onde ia por esse x , para poder testar se ele estava certo, seria interessante que pudessemos manipular ele. Aí a ideia de usar o procedimento das letras anteriores com o uso do k . Barbara, na parte um da atividade, num iniciamos com uma reta e um ponto fora dela?? O ponto era o foco e a reta a reta diretriz que norteava a parábola. Aí, então, vi vcs discutindo que a diretriz seria paralela ao eixo y e aí, o resto fez sentido, pois comecei a repensar sobre como tínhamos construído a primeira parte da atividade. Então, depois refletindo, penso que a explicação seja na parábola tangenciar o eixo y na origem. o que acha Elza?

Elza - Considero que esse é um fator essencial, ela ser tangente na origem...

Thais - vc acha que esse fator responde as propriedades geométricas do Foco $(x,0)$ e da diretriz $x=a$? Acredito que ele responda ao foco...Tenho minhas dúvidas com relação a diretriz. Então... vamos repensar nas conclusões da Barbara do nosso primeiro encontro no grupo.

Barbara - será que, se o foco é $(a,0)$ então a diretriz é $x=a$? ops $x=-a$

Thais - Ela dizia assim, tem um momento que as retas parecem ficar paralelas... Isso mesmo Barbara.... descobrir esse comportamento era fundamental para a resolução do exercício

Barbara - como a é negativo...a equação da diretriz tem q ser positiva

Thais - Isso está diretamente ligado à parábola tangenciar o eixo y na origem...

Barbara - sim... lembro q no vértice tínhamos os pontos alinhados...e o vértice estava bem no meio dos dois pontos...

Thais - Vejam meninas... a parábola, no que chamamos de vértice, muda seu sentido, certo? Isso mesmo Barbara!!! Justamente por isso temos essas características do foco e da diretriz... :)

Elza - Concordo com vc Thais, essa definição do vértice é essencial

Thais - É sim... mas é necessário que todas tenhamos compreendido bem! Vocês acham que isso já aconteceu??

Elza - Sim Thais

Após algum tempo de discussão e reflexão sobre a solução encontrada, Thaís demonstra preocupação com o entendimento de suas colegas. Elza, que a princípio tinha mais dúvidas, sinalizou que havia compreendido. Nesse momento, o miniciclo expansivo se estabiliza, mas as transformações que nele ocorreram, poderão e deverão retornar a qualquer momento, principalmente durante a prática docente desses professores.

Nos excertos apresentados é possível verificar que os conceitos expansivos de Engeström, entrelaçados com a visão epistemológica do constructo seres-humanos-com-

mídias têm potencial para descrever e compreender situações em que um pensamento coletivo se forma para solucionar tarefas Matemáticas em um contexto *online*.

Contudo, devido a natureza deste evento, é salutar, retomar a minha pergunta de pesquisa, qual seja: como se caracterizam as transformações expansivas em um curso a distância online para professores de matemática? Com base nos excertos acima, é possível esboçar algumas conjecturas que podem contribuir para a formulação de uma futura resposta plausível. São elas: a transformação caracterizada pela expansão do objeto, uma vez que o objeto inicial era o estudo da parábola, e passou a ser a construção dos conceitos da parábola com o software GeoGebra; a transformação caracterizada pela expansão da forma como estes docentes concebiam os processos de ensino e aprendizagem, desencadeou-se um processo reflexivo em relação às suas próprias práticas, que eram pautadas em abordagens mais "conservadoras" e passaram a ser vislumbradas como potenciais para ações coletivas e colaborativas; e por fim, a transformação caracterizada pela expansão dos argumentos matemáticos envolvidos na construção, respostas únicas e fechadas, típicas do ensino tradicional da matemática, deram lugar a questionamentos e a construção de argumentos e justificativas coerentes que pudessem explicar a solução encontrada.

5. Considerações finais

Nesse artigo procurei mostrar como os conceitos de transformação e aprendizagem expansiva podem, em conjunto, servir como aporte teórico-metodológico para analisar situações que envolvem a realização de tarefas matemáticas em um contexto *online*. Utilizei dados empíricos produzidos de meu trabalho de doutorado que está em desenvolvimento.

O episódio em discussão registrou que a tarefa proposta se caracterizou como um convite para uma análise crítica em que os professores participantes tiveram a oportunidade de (re)construir o conceito de parábola de forma colaborativa interagindo com o software GeoGebra. Em outras palavras, buscaram na solução da tarefa a compreensão do conceito, ou seja, algo que não estava "ali", já que tarefas como essa são de forma geral realizadas através de processos analíticos muitas vezes mecânicos e automatizados. Também é possível afirmar que um miniciclo expansivo se formou com

uma contradição do tipo terciária, pois na tarefa em questão foi proposta algo novo, que até então não era padrão dominante, gerando assim uma necessidade, qual seja, a adoção de novos procedimentos para solucioná-la. Na medida em que o avançava novos movimentos foram desencadeado, como o momento em que o grupo fez a análise da situação e construiu com o GeoGebra uma solução possível. Nesse momento, além de uma visão parcial do processo de moldagem recíproca, os professores tiveram a oportunidade de vivenciar o contexto da descoberta. Por fim, ocorreram as discussões sobre os argumentos matemáticos que justificassem a solução encontrada, e quando todos se sentiram seguros de que haviam compreendido os conceitos envolvidos na construção o miniciclo é estabilizado.

Os movimentos registrados nesses excertos deixam indícios de que os miniciclos expansivos podem ser pedagogicamente potencializados na medida em que um pensamento coletivo que envolve humanos e mídias se constitui para enfrentar as contradições de forma colaborativa.

4. Referências

- ARAÚJO, J. L.; BORBA, M.; Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática'. In: BORBA, Marcelo (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- BORBA, M.C.; **Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e Reorganização do Pensamento**. In: BICUDO, M. A.V.; *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP, 1999.
- _____. Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção matemática. In: I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática. **Anais I Simpósio Curitiba**, 2001.
- ENGESTRÖM, Yrjö. **Learning by expanding: An activity-theoretical approach to developmental research**, 1987 (Helsinki, Orienta-Konsultit). Versão online, disponível em: <http://lchc.ucsd.edu/MCA/Paper/Engestrom/expanding/toc.htm>. Último acesso 04/05/2009.
- _____. **Learning by expanding: ten years after**. 1999 a. Disponível em: <http://lchc.ucsd.edu/MCA/Paper/Engestrom/expanding/toc.htm>. Último acesso 04/05/2009.
- _____. **Non scolare sed vitae Siscimus: como superar a encapsulação da aprendizagem escolar**. In: DANIELS, H. *Uma introdução a Vygotsky*. Edições Loyola, São Paulo, 2002.
- LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática**. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.
- LINCOLN, Y.; GUBA, E. **Naturalistic Inquiry**. Londres: Sage Publications. Lisboa - Portugal, Edições 70. 1985.
- TIKHOMIROV, O. K; The psychological consequences of the computerization. In: Werstch, J. **The concept of activity in soviet psychology**. New York: Sharp, 1981.