

Análise dos Conhecimentos Algébricos de Professores de Matemática¹.

Felipe Augusto Pereira Vasconcelos Santos e Oliveira.

Grupo de Discussão 7 – Formação de Professores que Ensinam Matemática.

Resumo: As pesquisas sobre aprendizagem de equações para a Educação Básica apontam que os alunos e professores associam as equações como simples métodos e procedimentos para resolvê-las, donde se tem dificuldades para caracterizá-las, e compreender seus significados. Os objetivos dessa pesquisa são compreender, mapear e investigar quais os conhecimentos algébricos que são mobilizados por professores quando estão pensando/preparando suas aulas sobre equações para a Educação Básica. Com isso, para fundamentar nossa pesquisa, utilizaremos os trabalhos de Shulman e Ball e equipe. Estes últimos autores sugerem a existência de: (i) Conhecimento Comum do Conteúdo e Conhecimento Especializado do Conteúdo; e (ii) Conhecimento do Conteúdo e os Estudantes e Conhecimento do Conteúdo e o Ensino. A metodologia da pesquisa será qualitativa naturalista e utilizaremos questionários semiestruturados para as entrevistas com os professores e com alunos. Nossas análises também tomarão como fonte de dados as reflexões referentes dos professores acerca das análises de documentos provenientes de seus planos de aulas e dos cadernos dos alunos.

Palavras-chaves: Conhecimento Matemático para o Ensino, Ensino de Equação, Formação de Professores.

1. INTRODUÇÃO

O argumento que é sustentado pelo projeto de pesquisa “Análise da mobilização de conhecimentos algébricos de professores da Educação Básica na preparação das aulas de equações.” é de que a aprendizagem de álgebra, para alunos da Educação Básica, tem sido muito pautada apenas em técnicas e procedimentos donde não existem compreensão e significados, como apontam algumas pesquisas na área.

Essas pesquisas apontam duas vertentes:

i) Que o conceito de equação é superficial e procedimental: Ribeiro (2001), Dreyes & Hoch (2004), Attorps (2005), Lima (2007), Barbosa (2009) e Dorigo (2010);

1. Projeto de Mestrado Acadêmico desenvolvido junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática (PEHFCM), da Universidade Federal do ABC (UFABC), sob a orientação do Prof. Dr. Alessandro Jacques Ribeiro.

ii) A necessidade de pesquisas voltadas aos conhecimentos algébricos e as práxis do professor: Artigue *et al.* (2001), Doerr (2004) e Figueiredo (2007).

1.1. O que apontam pesquisas relacionadas aos alunos.

Em relação aos alunos, as pesquisas dos autores apontam: Ribeiro (2001): As estratégias nas quais os alunos utilizam nas resoluções dos exercícios eram procedimentais, mecânicas e técnicas. Além de que os alunos tiveram dificuldades na resolução de uma situação-problema contextualizada acerca de conceitos algébricos elementares; Dreyes & Hoch (2004): Em sua pesquisa, os autores utilizaram uma abordagem estrutural para as equações, donde ao perguntarem aos sujeitos -que são alunos com idades equivalentes aos alunos do Ensino Médio Brasileiro- o que eles pensam sobre equação; os autores constataram que esses sujeitos não reconheciam a estrutura interna de uma equação, caracterizando, na maioria das vezes, como apenas um processo de resolução; Lima (2007): A autora investigou os significados de equação e seus métodos de resoluções para alunos do Ensino Médio. A pesquisa foi realizada com questionários que envolviam equações do 1º e 2º grau, donde ela constatou que os alunos remetem as equações às “contas” que precisam se realizadas, e que o sinal de igual tem apenas o caráter operacional. Além disto, a autora também constatou grandes dificuldades dos alunos para responderem “O que é uma equação?”; Dorigo (2010): Assim como Lima (2007), o autor investigou alunos do Ensino Médio, e constatou a predominância de um significado intimamente relacionado aos processos e técnicas de resolução de equações, além da dificuldade, dos alunos, ao apresentarem caracterizações sobre o conceito de equações.

As pesquisas supracitadas parecem indicar que, mesmo vivenciando processos de aprendizagem de conceitos algébricos fundamentais, os alunos não reconheceram facilmente as estruturas de uma equação, não as conseguem caracterizar, não significam as equações por diferentes perspectivas, a não ser por procedimentos e técnicas de resoluções.

1.2. O que apontam pesquisas relacionadas aos professores.

Em relação aos professores, as pesquisas de Attorps (2005) e de Barbosa (2009) fortalecem as preocupações em relação à necessidade de investigações e compreensões dos conhecimentos algébricos que os professores mobilizam ao ensinar equações na Educação Básica.

Em sua pesquisa, Attorps (2005) entrevistou e filmou 10 professores, donde 5 eram recém formados (com menos de um ano de experiência) e 5 mais experientes (De 10 a 32 anos de experiência), onde esse professores propuseram diferentes finalidades para o Ensino de Equações: i) Os aprendizes devem aprender a usar equações como ferramentas em resoluções de problemas; ii) Os aprendizes devem aprender a usar equações como ferramentas na vida cotidiana; iii) Os aprendizes devem aprender equações, a fim de expressar seus pensamentos a partir de um ponto de vista geral; e iv) Os aprendizes devem aprender equações, a fim de alcançar os objetivos do currículo de matemática.; Além disto, Attorps ressalta que no Ensino de Equações são mais desenvolvidas as competências (procedimentos e métodos) para resolver as equações do que as compreensões.

Barbosa (2009) realizou sua pesquisa com seis professores de Matemática que lecionavam em diferentes níveis escolares entre si e com diferentes tempos de experiências de ensino. As entrevistas foram semiestruturadas com situações-problema elaboradas pelo pesquisador. As principais conjecturas são: (i) Que os significados de equações estão relacionados aos processos e técnicas de resoluções; (ii) Existem grandes dificuldades na caracterização de equações e no reconhecimento das equações quando elas não estão explicitadas nas situações-problema.

Além disso, os professores entrevistados não se sentem seguros nas situações que correlacionam as equações às situações geométricas e em situações que apresentam equações “não triviais”.

Portanto, parece urgente a necessidade de se investigar as mobilizações dos conhecimentos algébricos que os professores de educação básica utilizam no ensino de equações. E, também, investigações referentes à quais os conhecimentos que podem viabilizar para que o ensino-aprendizagem de equações ultrapassem as concepções de equações, como métodos e procedimentos, os quais são mecânicos e desprovidos de significados.

2. BIBLIOGRAFIA FUNDAMENTAL

Em seu trabalho publicado em 1986, Shulman defende a ideia da existência de três conhecimentos necessários que um professor demanda em sua profissão: Conhecimento do Conteúdo do assunto (“*Subject Matter Content Knowledge*”), Conhecimento Curricular (“*Curricular Knowledge*”) e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (“*Pedagogical Content Knowledge*”). Podem-se ser entendidos como:

i) O conhecimento do conteúdo do assunto: São aqueles necessários, por exemplo, para a resolução de uma situação-problema. Isto é, o conhecimento técnico-científico de um determinado assunto. Em tese, são aqueles conhecimentos que os aprendizes obtiveram em seu ensino.

ii) O conhecimento curricular: Conhecimentos que envolvem os programas dos conhecimentos do conteúdo, isto é, materiais didáticos para o uso em sala de aula, programas curriculares, parâmetros curriculares entre outros.

iii) O conhecimento pedagógico do conteúdo: São aqueles necessários para que o conhecimento do conteúdo seja “concretizado” aos aprendizes, isto é, tornando compreensível o conhecimento do conteúdo a outras pessoas que não são professores. É um conhecimento que é exclusivo para o ensino. Esse conhecimento associa o conhecimento do conteúdo à prática de ensino.

A importância do trabalho de Shulman se dá pelo fato da resignificação do estudo do conhecimento do professor, no papel central do conhecimento no ensino, e a representação da compreensão do conteúdo como um tipo especial do conhecimento técnico para a profissão de ensinar.

2.1. Conhecimento Matemático para o Ensino.

A teoria de Shulman é geral para a Educação; e para a Matemática, por exemplo, necessitam algumas especificidades. Então, no trabalho publicado em 2008, Deborah L. Ball, Mark H. Thames, Geoffrey Phelps, apresentam o modelo teórico do “Conhecimento Matemático para o Ensino” (*Mathematical Knowledge for Teaching – MKT*), que é uma aproximação da Matemática com a teoria supracitada de Shulman.

Os autores afirmam que o conhecimento pedagógico do conteúdo carece de pesquisas empíricas, que poderiam melhorar o ensino e aprendizagem, pois as relações entre o conhecimento do professor, o ensino e a aprendizagem dos alunos estavam baseadas em hipóteses provenientes da lógica e de argumentos *ad hoc*.

Com a abordagem empírica para compreender o conhecimento do conteúdo necessário para o ensino, foram desenvolvidos, pela equipe da Ball, dois projetos:

- i) Com foco no trabalho do professor ao ensinar matemática, Ball *et al.* analisaram a prática do professor e as demandas matemáticas para o ensino, gerando-se algumas hipóteses sobre a natureza do conhecimento matemático para o ensino;
- ii) A fim de investigar a natureza, o papel e a importância de diferentes tipos de conhecimento matemático para o ensino, a equipe buscou subsídios para criar formas de medir o conhecimento do conteúdo para o ensino de matemática.

Assim, com esses estudos, houve levantamentos de outras hipóteses que culminaram numa reanálise do conhecimento pedagógico do conteúdo, gerando ampliação desse conceito para o ensino da matemática, com dois novos subdomínios, a saber: 1) Conhecimento Comum do Conteúdo; Conhecimento Especializado do Conteúdo e 2) Conhecimento do Conteúdo e Estudantes; Conhecimento do Conteúdo e Ensino.

Os autores afirmam que o conteúdo matemático para o ensino de matemática não é menor do que o conteúdo matemático que os adultos necessitam, mas, sim diferente.

Os autores definem o conhecimento matemático para o ensino como o “conhecimento matemático necessário para realizar o trabalho de ensinar matemática” (BALL, THAMES, PHELPS, 2008, p. 396).

Das atividades do projeto de pesquisa, os professores perceberam que foram demandados conhecimentos que são além dos conhecimentos matemáticos que envolvem o conhecimento do aluno ou do ensino, que também é diferente do conhecimento que normalmente os adultos demandam. Como por exemplo, decidir se um método ou procedimento é válido de maneira geral, ou ainda a validade de argumento matemático e algumas representações apropriadas da Matemática. Logo, segundo Ball *et al.* (2008, p.398):

“Eles começaram a conjecturar que existem aspectos do conhecimento do conteúdo – além do conhecimento pedagógico do conteúdo – que precisam ser descobertos, mapeados, organizados e incluídos nos cursos de matemática para professores.”

Assim, os autores conjecturaram que:

- 1) O conhecimento do conteúdo poderia ser dividido em: i) Conhecimento Comum do Conteúdo (Do inglês *common content knowledge* – CCK) e ii) Conhecimento Especializado do Conteúdo (Do inglês *specialized content knowledge* – SCK);
- 2) O conhecimento pedagógico do conteúdo poderia ser dividido em: i) Conhecimento do Conteúdo e Estudantes (Do inglês *knowledge of content and students* – KCS) e ii) Conhecimento do Conteúdo e Ensino (Do inglês *knowledge of content and teaching* – KCT).

Podemos entendê-los como:

i) Conhecimento Comum do Conteúdo: São os conhecimentos e as habilidades necessários em qualquer contexto que não seja no Ensino, isto é, um conhecimento que não é exclusivo para o Ensino. Por exemplo, conhecimento necessário para resolver uma conta de subtração. Com esse conhecimento, é possível detectar um erro numa conta de subtração, pois com ele sem dúvidas o sujeito conhece, ao menos, um algoritmo válido para realizar a conta e caso o resultado esteja diferente com outro, há a detecção de um erro. Utilização nas notações corretas para realizar tal operação, reconhecer uma definição imprecisa, entre outros aspectos, também fazem parte desse conhecimento.

ii) Conhecimento Especializado do Conteúdo: São os conhecimentos e as habilidades necessários exclusivamente para o Ensino. Conhecer diferentes algoritmos para a subtração é essencial, por exemplo, para esse conhecimento, pois numa sala de aula é provável que haja diferentes resoluções para uma situação-problema, e o docente deve ser capaz de reconhecê-las. Assim como a necessidade de explicar, com diferentes abordagens, a relação de dividir por 2 ou multiplicar por $\frac{1}{2}$.

iii) Conhecimento do Conteúdo e Estudantes: É uma combinação entre o conhecimento matemático e o conhecimento sobre os estudantes. O docente necessita ter uma familiaridade com os alunos e compreensão matemática específica, assim, com esse conhecimento, ele consegue prever as principais dificuldades dos alunos, para então sugerir alguns exemplos ou representações, que facilitem a aprendizagem do alunado. O docente, com esse conhecimento,

deve ser capaz de ouvir e interpretar os pensamentos incompletos e emergentes dos alunos, na linguagem deles.

iv) Conhecimento do Conteúdo e Ensino: Esse conhecimento é uma combinação entre o conhecimento sobre o ensino e o conhecimento sobre a matemática. O docente deve ser capaz de utilizar uma determinada representação ao ensinar uma ideia específica e identificar diferentes métodos e procedimentos que são relacionados à ideia. Logo, é uma interação entre a compreensão matemática específica e compreensão de questões pedagógicas que estão associadas à aprendizagem dos alunos.

Em síntese, segundo Ball *et al.*: Reconhecer uma resposta errada é um conhecimento comum do conteúdo; dimensionar a natureza de um erro, principalmente aqueles que não são familiares, é um conhecimento especializado do conteúdo; familiarização com os erros comuns e saber porque diversos alunos os cometem é um conhecimento do conteúdo e estudantes; associação de procedimentos matemáticos particulares com princípios pedagógicos é um conhecimento do conteúdo e ensino.

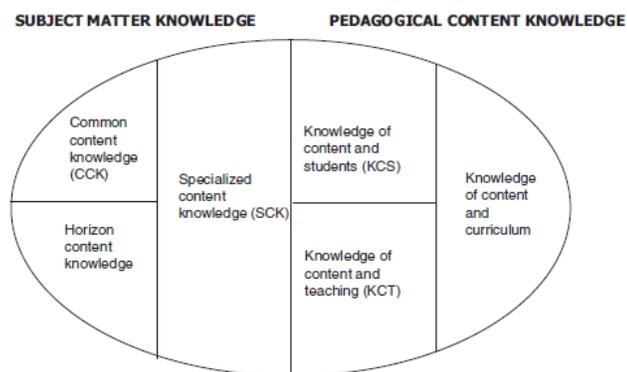


Figura 1: Domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino.

3. OBJETIVOS

Das duas vertentes que as pesquisas supracitadas implicam (1. Conhecimento de equações é superficial e procedimental e 2. Necessidade de pesquisas voltadas aos conhecimentos algébricos e as práticas do professor) e com base no Conhecimento Matemático para o Ensino,

entende-se por necessária uma investigação que contemple o ensino de equação relacionada às concepções dos docentes. Logo, o objetivo da pesquisa é:

Investigar os conhecimentos algébricos que professores mobilizam ao ensinar equação na Educação Básica.

Pretende-se identificar e mapear quais são os conhecimentos algébricos que os professores mobilizam, na prática profissional, para o ensino de equação na educação básica. E, então, surge um questionamento norteador:

i) Quais conhecimentos algébricos os professores utilizam quando estão elaborando suas aulas matemáticas para o ensino de equação na Educação Básica?

Com esse questionamento pretendem-se investigar quais são os conhecimentos que os professores julgam necessários para ensinarem equações aos alunos, isto é, o que e como.

4. METODOLOGIA

Adotar-se-á uma abordagem qualitativa como metodologia de pesquisa, pois essa metodologia pode orientar na compreensão dos significados que os professores produzem em relação aos conhecimentos algébricos, quando esses estão preparando suas aulas sobre equação na educação básica. Além de que a coleta de dados ocorrerá onde os dados interessantes são produzidos: no momento dos planejamentos e de reflexões das ações desencadeadas pelos professores.

Os *loci* de observações serão nas reuniões para elaboração das aulas e nas escolas públicas de Santo André - SP, donde existe a parceria entre a Universidade Federal do ABC com essas escolas públicas, através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), coordenado pelo Prof. Dr. Alessandro Jacques Ribeiro. O PIBID/2011 além de contar com o Prof. Dr. Alessandro, existe mais 10 alunos bolsistas que são possíveis licenciandos em Matemática e dois professores supervisores, oriundos de duas escolas públicas distintas.

Os professores coordenadores trabalham com alunos do Ensino Médio e Fundamental, donde se poderão analisar os dados nos dois níveis de ensino.

Serão utilizados diferentes instrumentos para as coletas:

i) *Análise dos dados documentais, dos planos de aulas dos professores e dos cadernos dos alunos*: Essa fase contribuirá para a compreensão de aspectos particulares, principalmente do ponto de vista curricular, dos conhecimentos algébricos manipulados, pelos professores, ao preparar aulas sobre equação na educação básica.

ii) *Entrevistas, com os professores e com seus alunos*: Essas entrevistas serão semiestruturadas, pois permite o diálogo mais aberto sobre as “inquietações” da pesquisa, mas de forma guiada pelas análises elaboradas pela etapa anterior. Com as organizações dos dados coletados, serão feitas correlações com as teorias, para que sejam possíveis as elaborações dos roteiros que servirão para as entrevistas.

Esses dados serão também analisados de acordo com as coletas, uma vez que é possível alcançar resultados parciais que possam responder às questões de pesquisa postas para esse projeto, auxiliando para a continuidade das pesquisas, rumo às elaborações teóricas acerca do Conhecimento Matemático para o ensino de Álgebra na educação básica.

Os referenciais teóricos estão sendo expandidos, assim como os referenciais metodológicos. Concomitantemente com as novas buscas dos referenciais, pretende-se organizar os questionários e estratégias das observações.

Bibliografia

ARTIGUE, M.; ASSUDE, T.; GRUGEON, B.; LENFANT, A. **Teaching and learning algebra: approaching complexity through complementary perspectives**. In: The future of teaching and learning of algebra (Proceedings of the 12th ICMI Study Conference). Melbourne: The University of Melbourne, 2001. p.21-32.

ATTORPS, I. **Secondary school Teachers’ conceptions about algebra teaching**. In: Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Barcelona: FUNDEMI IQS – Universitat Ramon Llull, 2005. p. 1420-1429.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5 p. 389-407, Nov/Dez 2008.

BARBOSA, Y. O. **Multisignificados de equação**: uma investigação sobre as concepções de professores de Matemática. 2009. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirantes de São Paulo, São Paulo.

DOERR, H. M. **Teacher's Knowledge and Teaching of Algebra**. In: Stancey, K.; Chick, H.; Kendal, M. (Eds.) *The future of the teaching and learning of algebra: The 12th ICMI Study*. New York: Kluwer Academic Publishers, 2004. p. 267-289.

DORIGO, M. **Investigando as concepções de equação de um grupo de alunos do Ensino Médio**. 2010. 137f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo.

DREYFUS, T.; HOCH, M. **Equations: a structural approach**. *Proceedings of the 28th Conference of International Group for the PME*, 2004. p. 1-152 – 1-155.

FIGUEIREDO, A. **Saberes e Concepções de Educação Algébrica em um Curso de Licenciatura em Matemática**. 2007. 290f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

LIMA, R. N. **Equações Algébricas no Ensino Médio: uma jornada por diferentes mundos da Matemática**. 2007. 358f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

RIBEIRO, A. J. **Analisando o desempenho de alunos do Ensino Fundamental em Álgebra, com base em dados do SARESP**. 2001. 145f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

_____. **Equação e seus multisignificados no ensino de Matemática: contribuições de um estudo epistemológico**. 2007. 142f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in the teaching. **Educational Researcher**, 15 (2), p. 4-14, 1986.