

# **Construção e Interpretação de Gráficos com o Uso de Softwares no Ensino de Cálculo: trabalhando com imagens conceituais relacionadas a derivadas de funções reais**

Márcio Augusto Gama Ricaldoni – Mestrando em Educação Matemática

Frederico da Silva Reis – Doutor em Educação Matemática <sup>1</sup>

## **GD4 – Educação Matemática no Ensino Superior**

### **Resumo:**

O Ensino de Cálculo tem se mostrado um campo fértil na pesquisa em Educação Matemática Superior, apresentando um número considerável de teses defendidas, trabalhos e artigos publicados. Isso se deve, em partes, ao excesso de reprovações dentro das instituições que têm esta disciplina em seus ciclos básicos. O propósito desta pesquisa, em andamento no curso de Mestrado em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, é verificar a construção de imagens conceituais relacionadas a derivadas de funções reais com a construção de seus gráficos utilizando softwares matemáticos, em uma turma de cálculo I do curso de Matemática da mesma universidade. Esta verificação será feita à luz da teoria do Pensamento Matemático Avançado de Tall, Vinner e Dreyfus acerca de imagens conceituais e definição conceitual. A coleta de dados se dará com o desenvolvimento de atividades em ambientes informatizados, questionários e observação registrada em diário de campo ou mesmo com utilização de imagens gravadas. Após a conclusão desta pesquisa será elaborado um produto educacional com uma proposta de trabalho didático, para ser utilizado por professores de cálculo e estará disponível na página do programa de Mestrado em Educação Matemática da UFOP.

**Palavras-chave:** Pensamento Matemático Avançado, informática no ensino de cálculo, ensino de derivada.

## **1. INTRODUÇÃO / HISTÓRICO**

A Educação Matemática sempre teve o foco principal na Educação Básica, com amplas discussões e diversas linhas de pesquisa. Há pouco mais de trinta anos, surgiu uma nova linha de pesquisa com olhar voltado para a Educação Matemática Superior (IGLIORI, 2009), assim outras temáticas surgiram, trazendo várias ênfases importantes como: Raciocínio Matemático Avançado,

---

<sup>1</sup> Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP [márcio.ricaldoni@yahoo.com.br](mailto:márcio.ricaldoni@yahoo.com.br) [fredsilvareis@yahoo.com.br](mailto:fredsilvareis@yahoo.com.br)

Processo de Ensino-aprendizagem da Matemática no Ensino Superior, Ensino de Cálculo, Ensino de Análise, além das teorias consagradas da Educação Matemática, que em geral se aplicam ao Ensino Superior (IGLIORI, 2009). Com isso abriu-se uma nova perspectiva para profissionais, que trabalham na educação, principalmente para aqueles que lecionam em graduações que têm as disciplinas da área de matemática, pois é de conhecimento geral que tais matérias são verdadeiros entraves em vários cursos da área de exatas. Portanto, faz-se necessário investigar, entender e procurar solução para melhoria no ensino destas disciplinas.

Surgiram assim novos grupos de pesquisa, com pesquisadores de diferentes Centros Acadêmicos Matemáticos, o GT4, Grupo de Trabalho de Educação Matemática no Ensino Superior, criado durante o I Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (I SIPEM), em Serra Negra, em novembro de 2000, sob a coordenação da professora Lílian Nasser, (FROTA; NASSER, 2009), o GTERP, Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas, na UNESP, Campus Rio Claro/SP, sob a coordenação professora Lourdes de la Rosa Onuchic (ONUCHIC; ALLEVATO, 2009), são dois bons exemplos destes grupos. A Universidade Federal de Ouro Preto criou, na década passada, o curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática. Professores de Matemática procuram este curso com a intenção de uma melhor formação e, assim, fomentarem a pesquisa em Educação Matemática Superior, conseqüentemente estarão contribuindo para a melhoria e o fortalecimento do ensino de Matemática na comunidade acadêmica.

Outra questão relevante e não menos interessante é o uso de novas tecnologias no ensino de Matemática, várias hipóteses são levantadas acerca destas ferramentas e como os alunos destas novas gerações pensam e se comportam, já que cada vez mais eles, a dita geração Y, pensam, utilizam e se expressam por meio destes

ambientes cibernéticos (ONUCHIC; ALLEVATO, 2009). Em Matemática não é diferente, pois temos hoje computadores e calculadoras avançados que são capazes de desenvolver atividades rebuscadas de matemática, com *softwares* modernos que possibilitam o desenvolvimento de cálculos, construção de gráficos e trabalhos de geometria com extrema habilidade. Portanto um professor de Matemática deve estar preparado e ser competente na utilização destes recursos eletrônicos, sem nunca deixar de trabalhar e desenvolver os conceitos formais destas disciplinas. Van de Walle (2001) diz que:

[...] se pode aprender a fazer o gráfico da equação de uma parábola simplesmente seguindo regras e plotando pontos, o que, com disponibilidade, hoje, das calculadoras, fica tão fácil de fazer e com uma velocidade e precisão nunca antes imaginadas. Mas, entender por que certas formas de equações sempre produzem gráficos parabólicos envolve uma busca por padrões no modo como os números se comportam, pois, nas equações polinomiais do segundo grau, seus coeficientes numéricos determinem as raízes, o vértice, a concavidade, etc, e, portanto, o gráfico da função. Além disso, descobrir que tipos de relações do mundo real são representados por gráficos parabólicos é mesmo mais interessante e científico, e até mais valioso, do que ter habilidade em plotar a curva quando se dá a equação.

Daí, estamos diante de novos desafios. O que ensinar? Como ensinar? Que metodologia é mais apropriada? Como a nova geração aprende Matemática? Qual a importância da Matemática? Apoiada nestas e em outras questões a Pesquisa em Educação Matemática Superior tem se desenvolvido, (FROTA; NASSER, 2009).

## 2- JUSTIFICATIVA

No desenvolvimento de minhas atividades acadêmicas como professor de Cálculo, e mesmo como discente, nesta disciplina percebi, no contexto da sala de aula e mesmo na prática dos professores (me incluo), o predomínio de metodologias equivocadas e até mesmo ultrapassadas, sem levar em consideração o verdadeiro papel desta disciplina para os alunos do curso em que esteja lecionando. Cursos de naturezas distintas apresentam demandas distintas em relação ao Cálculo, mas algumas Universidades têm ementas mal adaptadas e professores que trabalham a mesma aula com as mesmas metodologias para qualquer curso. Em geral privilegiam definições formais a definições conceituais, trabalham exaustivamente métodos repetitivos, relegando ao segundo plano as questões relevantes da disciplina.

Com isso, o efeito imediato é um total desinteresse por parte dos alunos em aprenderem ou procurarem entender os conceitos do Cálculo Diferencial, e também acabam não percebendo a importância do pensamento avançado desenvolvido neste curso, e não vêm nesta matéria uma real utilidade ou relevância para o curso escolhido. Temos também outra questão que é a não utilização de ferramentas eletrônicas no desenvolvimento do curso principalmente na resolução de questões. Poucos professores estão preparados ou utilizam estes recursos em suas práticas docentes.

Esta constatação serviu de motivação para escolha desta linha de pesquisa nesta Instituição, a procura por respostas ou mesmo propostas interessantes que possam modificar e melhorar o ensino de Cálculo. Como os alunos aprendem Cálculo? Quais processos cognitivos são relevantes na aprendizagem desta disciplina? Como

e em que momento introduzir a utilização de *softwares* matemáticos? Qual ementa mais adequada? Qual recurso eletrônico mais apropriado? Questões como estas servem de propostas iniciais de investigação para o projeto de pesquisa a ser desenvolvido.

Este projeto tem a pretensão de auxiliar professores da disciplina de Cálculo e propor melhorias para o ensino desta disciplina.

### **3. QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO / OBJETIVOS**

A partir das discussões realizadas até aqui, proponho a seguinte questão de investigação:

**A utilização de *softwares* gráficos pode contribuir para a construção de imagens conceituais relacionadas a Derivadas no processo de ensino e aprendizagem de Cálculo I?**

Com a pesquisa, pretendo identificar e analisar as possíveis contribuições da utilização de *softwares* no processo de ensino e aprendizagem de Cálculo I, a partir da realização de atividades de construção e interpretação de gráficos. Pretendo, também, apresentar e discutir o Ensino de Cálculo e as Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática.

### **4. METODOLOGIA DE PESQUISA**

Para alcançar os objetivos propostos, pretendo, inicialmente, realizar uma pesquisa teórico-bibliográfica sobre Ensino de Cálculo, sobre os conceitos de Imagem e Definição

Conceituais, de David Tall e as Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática.

A seguir, a pesquisa de campo será realizada a partir da elaboração, desenvolvimento e avaliação de atividades de construção e interpretação de gráficos no processo de ensino e aprendizagem de Cálculo I.

O local da pesquisa de campo será a Universidade Federal de Ouro Preto, que oferece diversos cursos de graduação na área de ciências exatas, na qual pretendo atuar como professor substituto / temporário.

Como instrumentos de coleta de dados, inicialmente aplicarei um questionário semi-diretivo a alunos e professores. A seguir, partiremos para a elaboração, desenvolvimento e avaliação de atividades de construção e interpretação de gráficos utilizando *softwares*, com uma turma de alunos matriculados em Cálculo I, no 1º semestre letivo de 2013. Finalmente, aplicarei mais um questionário semi-diretivo com os participantes da pesquisa, como forma de avaliar todo o processo desenvolvido. Para concluir a pesquisa, será feita uma análise qualitativa dos dados, com base no referencial teórico-bibliográfico.

### **3.1- OBJETO DE ESTUDO**

O objeto de estudo do trabalho a ser desenvolvido – **CONSTRUÇÃO E INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS COM O USO DE *SOFTWARES* NO ENSINO DE CÁLCULO: TRABALHANDO COM IMAGENS CONCEITUAIS RELACIONADAS A DERIVADAS DE FUNÇÕES REAIS-** delimita-se em uma perspectiva desafiadora: uma análise do processo de formação do conceito de derivada por *meio* da construção do gráfico de funções com o auxílio de ferramentas eletrônicas, *softwares* de livre utilização. Haja visto que, tradicionalmente, a construção de gráficos de funções nas disciplinas de Cálculo é feita de forma mecânica com o auxílio das derivadas de primeira e segunda ordem.

### **3.2- HIPÓTESE DE TRABALHO**

Com este trabalho, pretende-se verificar a hipótese segundo a qual, a formação de imagens e definições conceituais podem ser construídas com a utilização de *softwares* matemáticos. E como as metodologias utilizadas, atreladas a conceitos formais e métodos de resolução de questões contribuem nesta formação.

### **3.3- OBJETIVO GERAL**

O objetivo geral, motivador desta pesquisa, consiste na verificação da hipótese de trabalho, segundo a qual o estudo de derivadas e suas aplicações apresentam falhas em sua formação, por apoiar-se essencialmente na repetição de métodos, dando importância menor à questão mais relevante na formação do educando, que é o que realmente fica após um curso bem feito de qualquer disciplina em qualquer área do conhecimento, e especialmente disciplinas ligadas à Matemática, as definições conceituais, as imagens que são construídas por meio dos estudos das definições formais e de exercícios práticos e teóricos desenvolvidos.

Enfim, esta pesquisa fará tal investigação por meio da construção de gráficos de funções com o uso de recurso eletrônico, com esta construção poder verificar o entendimento, por parte do educando, de conceitos trabalhados no curso. Portanto, a pretensão neste estudo é evidenciar o quanto a utilização de *softwares* matemáticos contribui na compreensão da definição matemática de derivada, suas propriedades e implicações, verificando a construção de imagens conceituais.

O Cálculo tem provocado verdadeiros entraves em cursos diversos que têm disciplinas de Matemática em seus ciclos básicos, portanto existe a necessidade de investigar os problemas no ensino deste conteúdo, e a partir daí levantar hipóteses e propor soluções para melhorias. Assim, pode-se contribuir efetivamente para o fortalecimento do Ensino Superior de Matemática.

### **3.3.1- OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Para verificar a hipótese em questão, configuram-se os seguintes objetivos específicos:

1. Fazer um levantamento das imagens e definições conceituais construídas pelos alunos durante o curso de Cálculo I, do conceito de Derivada;
2. Identificar, por meio de construção de gráficos de funções utilizando um recurso eletrônico, melhoria nestes conceitos construídos no curso;
3. Verificar nestas construções imagens e definições conceituais identificando, ou mesmo, correlacionando conceitos construídos em sala de aula ao longo do curso com o produto que ele, o aluno, tem em mãos;
4. Explicitar as falhas nos mecanismos pedagógicos desenvolvidos na construção de tais conceitos e definições;
5. Classificar tais falhas e tentar identificar qual método ou proposta desenvolvidos, pelos professores, gerou ou mesmo permitiram que elas se formassem;
6. Apresentar o resultado da pesquisa à comunidade científica, afim de que ele possa dar um direcionamento no sentido de se buscar uma solução para o grande problema que é a má formação em cálculo.

#### 4- SÍNTESE

As leituras dos textos, citados na bibliografia, e minhas experiências como professor me conduziram à escolha tanto da linha de pesquisa, como da instituição e também do tema a ser investigado. A importância do ensino do Cálculo Diferencial e as dificuldades apresentadas pelos alunos em entender conceitos e enxergar sua real finalidade e relevância para o curso escolhido, serviram de mola propulsora para o estudo e entendimento do ensino desta disciplina, que faz parte do ciclo básico de vários cursos. E a partir daí, poder contribuir para a melhoria do processo de ensino-aprendizagem do Cálculo Diferencial, além de apresentar uma nova proposta para o ensino do conceito de derivada, com utilização de novas técnicas, trazendo desta forma melhorias para a prática docente.

Pretendemos, também, com esta pesquisa elaborar um produto educacional do Mestrado Profissional em Educação Matemática, contendo as atividades desenvolvidas, suas respectivas análises e sugestões de uso em um curso de Cálculo I, no ensino de derivadas, utilizando *softwares* matemáticos de livre acesso. Este produto ficará disponível na página do programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto.

#### 5- REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

TALL, David. **The Psychology of Advanced Mathematical Thinking.** In: TALL, David; *Advanced Mathematical Thinking* London: Kluwer, p. 3-24, 1991.

TALL, David; DUBINSKY, Ed. **Advanced Mathematical Thinking and the Computer.** In: TALL, David; *Advanced Mathematical*

Thinking London: Kluwer, p. 231-243, 1991.

DREYFUS, Tommy. **Advanced Mathematical Thinking Processes.** In: TALL, David; **Advanced Mathematical Thinking** London: Kluwer, p. 25-41, 1991.

VINNER, Shlomo. **The Role of Definitions in the teaching and Learning of Mathematics.** In: TALL, David; **Advanced Mathematical Thinking** London: Kluwer, p. 65-81, 1991.

NASSER, Lílian; FROTA, M.C.Rezende. **Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Debates.** Recife: SBEM, 2009.

BOYER, C.B. **História da Matemática.** Tradução Elza F. Gomide. São Paulo: Edgar Blucher, 2002.

FLEMMING, D. M.; GONÇALVES, M. B. **Cálculo A.** São Paulo: Makron Books, 1992.

STEWART, James; **Cálculo. Vol 1.** São Paulo: Cengage Learning, 2010.

SWOKOWSKI, E. W. **Cálculo com Geometria Analítica. Vol. 1.** São Paulo: Makron Books, 1994.

REIS, F. S. **Rigor e intuição no ensino de cálculo e análise.** In: FROTA, M. C.R.; NASSER, L. (Orgs.) **Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Debates.** Recife: SBEM, p. 81-97, 2009.

IGLIORI, S. B. C. **Considerações sobre o ensino do cálculo e um estudo sobre os números reais.** In: FROTA, M. C.R.; NASSER, L. (Orgs.) Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Debates. Recife: SBEM, p. 11-26, 2009.

PINTO, M. M. F. **Re-visitando um teoria: O desenvolvimento matemático de estudantes em um primeiro curso de análise real.** In: FROTA, M. C.R.; NASSER, L. (Orgs.) Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Debates. Recife: SBEM, p. 27-42, 2009.

NASSER, L. **Uma pesquisa sobre o desempenho de alunos de cálculo no traçado de gráficos.** In: FROTA, M. C.R.; NASSER, L. (Orgs.) Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Debates. Recife: SBEM, p. 43-56, 2009.

ONUCHIC, L. L.R.; ALLEVATO, N. S. G. **Formação de professores – mudanças urgentes na licenciatura em matemática.** In: FROTA, M. C.R.; NASSER, L. (Orgs.) Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Debates. Recife: SBEM, p. 167-187, 2009.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005.