

Análise das Estratégias Utilizadas pelos Alunos da Educação Básica na Resolução de Questões sobre Números Racionais em Avaliações Externas.

Rosivaldo Severino dos Santos¹

Tânia Maria Mendonça Campos²

GD8 – Avaliação em Educação Matemática

Resumo

Este trabalho trata de um estudo sobre Avaliação de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental com alunos da Rede Estadual de São Paulo ao responderem questões de avaliações externas sobre números Racionais, particularizando o SARESP/Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo. A avaliação de Matemática do SARESP é elaborada a partir de quatro eixos que são: Números, operações, funções; Espaço e forma; Grandezas e medidas; e Tratamento da informação. Dentro do eixo Números e Operações, pretendemos investigar as questões referentes ao conteúdo de Números Racionais, buscando identificar que estratégias os alunos do 9º ano da rede estadual de São Paulo mobilizam ao responderem estas questões, uma vez que diversas pesquisas no âmbito da Educação Matemática têm indicado que os alunos apresentam muitas dificuldades ao responderem questões sobre esse componente curricular.

Palavras-chave: Avaliação Educacional. Números Racionais. Estratégias.

Introdução/Problemática

A avaliação educacional tem ocupado um lugar de grande importância nos sistemas de ensino atualmente, uma vez que, como resultado final da escolarização é de vital importância verificar o que os alunos aprenderam ao longo dos anos em que estiveram estudando. Para responder a essa questão, as avaliações externas têm sido um instrumento utilizado pelos gestores educacionais com o objetivo de aferir o nível de aprendizagem dos alunos.

Esse tipo de avaliação é um dos principais instrumentos para a elaboração de políticas educacionais dos sistemas de ensino e redirecionamento das metas das unidades escolares. Seu foco é o desempenho da escola e o seu resultado é uma medida de proficiência que possibilita aos gestores a implementação de políticas públicas, e às unidades escolares um retrato de seu desempenho.

¹ Doutorando em Educação Matemática UNIBAN/SP – rosivaldo100@ig.com.br

² Prof.^a Orientadora do Programa de Pós-Graduação da UNIBAN/SP – taniammcampos@hotmail.com

A avaliação em larga escala é hoje uma política pública institucionalizada que foi iniciada no Brasil na década de 80, quando o Ministério da Educação iniciou o desenvolvimento de estudos sobre avaliação educacional, movido pelo incentivo proveniente das agências financiadoras internacionais e, nessa época, foram lançados os pressupostos para a construção do que veio a se tornar mais tarde o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

O SAEB foi implementado em 1990 com o objetivo de aperfeiçoar normas e procedimentos específicos e assegurar cientificidade, confiabilidade e comparabilidade a seus resultados.

De acordo com o Ministério da Educação:

O Saeb e a Prova Brasil são dois exames complementares que compõem o Sistema de Avaliação da Educação Básica. O Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb), realizado pelo Inep/MEC, abrange estudantes das redes públicas e privadas do país, localizados em área rural e urbana, matriculados na 4ª e 8ª séries (ou 5º e 9º anos) do ensino fundamental e também no 3º ano do ensino médio. São aplicadas provas de Língua Portuguesa e Matemática. A avaliação é feita por amostragem. Nesses estratos, os resultados são apresentados para cada unidade da Federação e para o Brasil como um todo.

A Prova Brasil no quinto e nono anos do Ensino Fundamental é realizada de forma censitária nas escolas das redes municipal, estadual e federal de áreas urbana e rural que tenham no mínimo vinte alunos matriculados nas séries avaliadas. Essa avaliação oferece resultados por escola, município, estados e o Brasil como um todo, de modo que é possível realizar comparação dos resultados dos mesmos.

Seguindo a ótica das avaliações de larga escala, o Estado de São Paulo implantou em 1996 o Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) como instrumento de avaliação externa das unidades escolares de diferentes redes de ensino paulista com o objetivo de possibilitar a comparação dos seus resultados com aqueles obtidos em avaliações nacionais, como o Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB, e a Prova Brasil.

O Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) é aplicado ao término dos terceiros, quintos, sétimos e nonos anos do Ensino Fundamental,

bem como na terceira série do Ensino Médio. O SARESP avalia anualmente as disciplinas Língua Portuguesa e Matemática e, anual e alternadamente, as áreas de Ciência da Natureza (Ciências, Física, Química e Biologia) e Ciências Humanas (História e Geografia).

Em 2011 foram avaliadas as disciplinas Língua Portuguesa, Matemática, História e Geografia.

Na avaliação do SARESP, os itens são elaborados a partir de uma matriz de referência, que é composta por um conjunto de competências que explicitam dois pontos básicos do que se pretende avaliar: o conteúdo programático a ser avaliado em cada período de escolarização e o nível de operação mental necessário para a realização de determinadas tarefas. Vale salientar que as habilidades avaliadas no SARESP foram adequadas às do Sistema de Avaliação da Educação Básica SAEB/Prova Brasil para o quinto e nono anos do Ensino Fundamental e terceira série do Ensino Médio, de forma que os resultados do SARESP possam ser comparados com os resultados do SAEB.

A matriz de referência para avaliação do SARESP em Matemática é composta por quatro eixos que são: Números, operações, funções; Espaço e forma; Grandezas e medidas; e Tratamento da informação. Cada eixo é composto por três grupos de competências que são: competências para observar; competências para realizar; e competências para compreender.

A partir de 2008 foram introduzidos itens com respostas abertas na avaliação de Matemática, com o objetivo de verificar as diferentes estruturas do pensamento lógico-matemático dos alunos, as quais não poderiam ser observadas apenas com a utilização de itens de múltipla escolha.

Os resultados do SARESP são divulgados por meio de boletins individuais por escola mais três relatórios gerais de Língua Portuguesa, Matemática e Ciências da Natureza ou Ciências Humanas, onde são feitas análises qualitativas das disciplinas que foram avaliadas.

Para interpretação da escala de proficiência dos alunos que realizaram o SARESP foram selecionados os pontos a partir de 125, com intervalos de 25 até 425 pontos, conforme a tabela a seguir:

Níveis de Proficiência de Matemática				
Níveis	4ª Série	6ª Série	8ª Série	3ª Série EM
Abaixo do Básico	< 175	< 200	< 225	< 275
Básico	Entre 175 e 225	Entre 200 E 250	Entre 225 e 300	Entre 275 e 350
Adequado	Entre 225 e 275	Entre 250 e 300	Entre 300 e 350	Entre 350 e 400
Avançado	Acima de 275	Acima de 300	Acima de 350	Acima de 400

Fonte: Relatório Pedagógico – SARESP 2010 – Matemática.

Dentre as questões divulgadas no Relatório Pedagógico do SARESP do ano de 2010, uma questão aberta, com o objetivo de analisar o pensamento lógico-matemático dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, nos chamou atenção:

Questão 03

Habilidade avaliada: Resolver problemas com números racionais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação).

“Três escoteiros participavam de uma competição de orientação na mata. Ao alcançarem um determinado ponto do percurso, eles se depararam com um carretel de corda e a seguinte orientação:

**Para prosseguir o trajeto, vocês necessitarão utilizar a corda.
Dividam a corda igualmente entre vocês!**

O primeiro escoteiro a chegar pegou $\frac{1}{3}$ da corda e continuou seu caminho. O segundo escoteiro, achando que era o primeiro a chegar a esse ponto, também pegou $\frac{1}{3}$ da corda que ficou no carretel e seguiu seu caminho. O terceiro escoteiro, mais cansado que os demais, percebendo que era o último, pegou os 40 m restantes e foi embora.

- a) *Que fração inicial da corda o segundo escoteiro pegou?*
b) *Quantos metros de corda havia no carretel?”*

A grade de correção apresentada no Relatório Pedagógico foi a seguinte:

Grade de correção	%
Certo: $\frac{2}{9}$ e 90 m	1,0
Parcialmente certa: responde corretamente o item a, efetua a soma $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$, mas não consegue concluir sobre a fração correspondente a parte do segundo escoteiro.	0,5
Parcialmente certa: responde corretamente o item a; efetua a soma $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$; Conclui que a fração correspondente é $\frac{5}{9}$.	0,1
Outras respostas (erros não previstos nos outros itens da chave).	64,5
Sem resposta (espaço de resposta deixado em branco pelo aluno).	33,9
Total	100,00

Fonte: Relatório Pedagógico – SARESP 2010 – Matemática.

Apesar do ensino dos números fracionários no Ensino Fundamental começar no 2º ciclo, conforme sugestão dos Parâmetros Curriculares Nacionais, quando o conceito de fração é formalmente apresentado aos alunos e continuar até pelo menos o 3º ciclo, verificamos que a maioria dos alunos chegam ao final do Ensino Fundamental e Médio com muita dificuldade para resolver problemas que envolvam números racionais em sua forma fracionária e decimal.

Diversas pesquisas no âmbito da Educação Matemática sobre os números fracionários têm indicado que a forma como esses números são apresentados às crianças, normalmente com o significado parte-todo com quantidades contínuas e de forma descontextualizada, contribuem para que os alunos não superem as dificuldades apresentadas em lidar com problemas envolvendo números fracionários.

Nunes e Bryant (1997) afirmam que uma forma comum de apresentar as frações às crianças é através de um todo dividido em partes, destacando algumas pintadas e informando as crianças que as partes pintadas representam o numerador e o total de partes é o denominador.

Campos e cols. (1995) demonstraram que a introdução de frações através do modelo parte-todo, simplesmente leva os alunos a aplicar um procedimento de dupla contagem sem entender o significado da fração.

Merlini (2005) investigou a formação e o desenvolvimento do conceito de fração com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental e verificou que, em ambas as séries o índice de acertos às questões pesquisadas foi de 21,16%, demonstrando certa homogeneidade entre os desempenhos das séries e indicando um resultado insatisfatório.

É com base nos dados acima descritos, que pretendemos investigar as questões referentes ao conteúdo de Números Racionais, buscando identificar as estratégias que os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental mobilizam ao responderem essas questões.

Fundamentação Teórica

A compreensão do conceito dos números racionais na representação fracionária e decimal depende do entendimento de alguns subconstrutos. Nunes *et al.* (2003) propõem uma classificação para os diferentes sentidos de fração, contemplando cinco significados: parte-todo, medida, número, quociente e operador multiplicativo.

Significado parte-todo

A ideia neste significado é da partição de um todo contínuo³ ou discreto⁴ em n partes iguais, onde cada parte pode ser representada como $1/n$. Nunes (2003) salienta que parte-todo significa que um todo foi fatiado em n fatias, cada fatia é codificada como $1/n$. Se a pessoa se refere a várias (k) fatias, temos então, k/n . O inteiro 1 ($1 = n/n$) é uma característica básica nesta representação. A autora exemplifica dizendo que, se um todo foi dividido em cinco partes iguais e duas foram pintadas, os alunos podem interpretar esta representação como um processo de dupla contagem, ou seja, acima do traço da fração se escreve o número de partes pintadas e abaixo se escreve o número total de partes que o todo foi dividido.

Significado medida

A fração assume um significado de medida em situações de quantidades intensivas⁵ e extensivas⁶. A ideia de distribuição e de quanto é recebido por cada pessoa representa o aspecto da quantidade extensiva do número racional; a reconstrução do todo ou unidade em relação à parte representa os aspectos intensivos desses números. A ideia é de comparação de duas grandezas. Por exemplo, quantas vezes um palmo cabe no comprimento de uma mesa? Algumas medidas envolvem fração porque se referem a quantidades extensivas nas quais a quantidade refere-se à relação entre duas variáveis. Por exemplo, a probabilidade de um evento é medida pelo quociente entre o número de casos favoráveis divididos pelo número de casos possíveis.

Portanto, a probabilidade de um evento varia de 0 a 1 e a maioria dos valores com os quais trabalhamos são fracionários. Para Caraça (1951), é necessário que se estabeleça um termo de comparação único para todas as grandezas de mesma espécie, ou seja, uma unidade de medida como centímetros para comprimentos, gramas para massa, segundos para tempo, etc. A questão também exige uma resposta para a pergunta “quantas vezes?”, o que se faz dando um número que exprima o resultado da comparação. Esse número chama-

³ Quantidade contínua refere-se àquelas quantidades passíveis de serem divididas exaustivamente sem que percam suas características.

⁴ Quantidade discreta refere-se àquelas quantidades enumeráveis, contáveis, que dizem respeito a um conjunto de objetos.

⁵ Quantidades intensivas baseiam-se na relação entre duas quantidades diferentes, portanto no raciocínio multiplicativo.

⁶ Quantidades extensivas baseiam-se na comparação de duas quantidades de mesma natureza e na relação parte-todo, portanto no raciocínio aditivo.

se medida da grandeza em relação a esta unidade.

Significado número

Nesse caso, o aluno deverá reconhecer a princípio, a fração $2/3$ como um número (significado) e não como uma superposição de dois números naturais. Deverá perceber ainda que todo número tem um ponto correspondente na reta numérica, e que sua localização depende do princípio de ordenação (invariante), ou seja, $1/3$ é um número compreendido entre 0 e 1. Ao localizarmos a fração ou seu decimal equivalente na reta numérica, estaremos fazendo a correspondência biunívoca entre um ponto da reta e o número.

Significado quociente

Esse significado aparece em situações associadas à ideia da divisão como estratégia para resolver um determinado problema. Na ideia de quociente, ou divisão indicada, a fração é vista como uma divisão entre dois números inteiros; neste caso, o símbolo representa uma relação entre duas quantidades, a e b denotando uma operação. Em outras palavras, o símbolo seria usado como outra representação de $a : b$ (esta é a divisão indicada). Essa situação aparece quando um ou alguns objetos precisam ser divididos igualmente em certo número de grupos (dividir uma quantidade é separá-la em partes de tamanhos iguais). É a ideia de partilha, de fazer agrupamentos, de divisão indicada. Isso quer dizer que, conhecido o número de grupos a ser formado, o quociente representa o tamanho de cada grupo.

Significado operador multiplicativo

Com esse significado a fração assume um papel de transformação, ou seja, a representação de uma ação que se deve imprimir sobre um número ou uma quantidade, tendo como produto final, o resultado de uma transformação. Nesse significado o número racional define uma estrutura multiplicativa em que o operador faz duas operações: uma de multiplicação por p e outra de divisão por q . Nesse caso, impõe aos números racionais uma interpretação algébrica, podendo ser pensado como uma função que transforma um conjunto em outro conjunto. O operador funciona em quantidades contínuas para reduzir ou ampliar a quantidade no processo; nas quantidades discretas, sua aplicação atua como um multiplicador divisor. A fração pode ser vista como valor escalar aplicado a uma quantidade.

Nunes e Bryant (1997) afirmam que, com as frações, as aparências enganam e é possível que alguns alunos passem pela escola sem tomar conhecimento das dificuldades

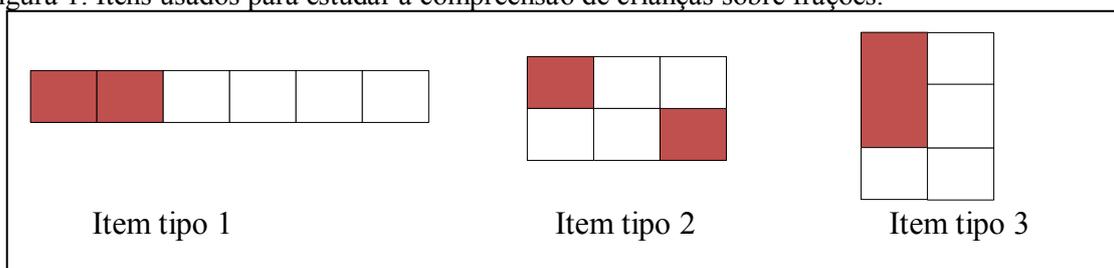
das frações e sem que ninguém perceba, embora use termos fracionários certos, fale coerentemente sobre frações e resolva alguns problemas envolvendo esse assunto. Para esses autores:

Uma forma comum de apresentar as crianças às frações é mostrar-lhes *todos* divididos em *partes*, alguns dos quais distinguidos do resto, por exemplo, pintados. As crianças são informadas que o número total de partes é o denominador, então o número de partes pintadas é o numerador. Esta introdução junto com alguma instrução sobre algumas poucas regras para calcular, permite que as crianças transmitam a impressão de que sabem muito sobre fração. (Nunes e Bryant, 1997, p.191).

Para Nunes e Bryant (1997, p.191), a falsa impressão de crianças raciocinando com sucesso sobre frações pode ser observada no trabalho de Campos e cols., sobretudo quando os alunos aprendem a resolver problemas com frações utilizando o procedimento de dupla contagem, sem entender o significado do número fracionário.

No trabalho supracitado, Campos e cols. (1995) apresentaram os desenhos abaixo descritos a alunos de quinta série, com idade aproximada de 12 anos ou mais que haviam aprendido o procedimento de dupla contagem e então solicitou que os mesmos nomeassem as frações em cada um dos casos:

Figura 1: Itens usados para estudar a compreensão de crianças sobre frações.



Fonte: Campos e cols. (1995).

Os resultados do estudo mostraram que os alunos tiveram um bom desempenho nos itens tipo 1 e 2, embora alguns alunos tenham realizado a contagem dupla de uma forma diferente, contando as partes pintadas para o numerador e as não pintadas para o denominador. O item tipo 3 apresentou um nível de dificuldade maior que os outros dois e neste item o erro mais frequente foi indicar a fração que corresponderia ao procedimento de dupla contagem. No item tipo 3, 56% dos alunos escolheram $1/7$ como a fração

correspondente, 12% escolheram $\frac{2}{8}$ e 4% responderam tanto $\frac{1}{4}$ como $\frac{2}{8}$ como respostas corretas. Esse resultado confirma a suspeita de que os alunos podem usar a linguagem das frações sem compreender completamente sua natureza.

Objetivos

Objetivo Geral

Analisar as estratégias utilizadas pelos alunos da Educação Básica na resolução de questões sobre Números Racionais em avaliações de larga escala e sua relação com a competência para a resolução de problemas.

Objetivos Específicos

- Identificar, dentre os alunos que resolvem questões de números fracionários com significado parte-todo, aqueles que realizam a contagem dupla parte-parte;
- Identificar, dentre os alunos que fazem a contagem dupla parte-parte, que percentual consegue reconhecer a igualdade das partes no trabalho com quantidades contínuas;
- Verificar o nível de compreensão dos alunos do Ensino Fundamental sobre a propriedade da densidade dos números racionais.
- Analisar se as hipóteses previstas pelos elaboradores dos itens das avaliações de larga escala para cada distrator coincidem com as estratégias utilizadas pelos alunos ao resolverem esses itens.
- Identificar que estratégias os alunos utilizam ao resolverem questões sobre números racionais nas diferentes formas de representação, em avaliações de larga escala.

Procedimentos Metodológicos

O objeto de conhecimento que nos propomos a investigar são as estratégias utilizadas pelos alunos da Educação Básica na resolução de questões sobre Números Racionais. No intuito de demonstrar como pretendem desenvolver este estudo, delinearei o percurso que intenciono seguir.

Inicialmente, vale destacar que essa pesquisa envolve alunos que estudam em

escolas públicas da Educação Básica. O intuito de realizar a pesquisa com alunos de escolas públicas deve-se ao fato de que são essas escolas que realizam as avaliações externas, sejam nas esferas federal, estadual ou municipal.

Investigaremos as estratégias utilizadas pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental na resolução de questões de matemática, do eixo Números, Operações, funções, particularizando as competências referentes aos Números Racionais, em suas diferentes formas de representação.

Para iniciar a realização desta investigação sobre os resultados publicados recentemente dos itens resolvidos pelos alunos referentes a este componente curricular, pretendemos realizar uma análise dos documentos oficiais do Sistema de Avaliação e Rendimento Escolar do Estado de São Paulo/SARESP como a Matriz de Referência para a elaboração da avaliação e os Relatórios Pedagógicos, onde estão contidos os resultados publicados pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. A partir dessa análise, selecionaremos as questões sobre números racionais, de acordo com o resultado, que serão usadas em nossa pesquisa.

Em seguida, faremos algumas inferências baseadas nas respostas dos alunos sobre números racionais em suas diferentes formas de representação. Essas inferências referem-se a uma análise a priori, que será realizada de acordo com as respostas dos alunos e em consonância com as pesquisas publicadas recentemente referentes aos erros que os alunos cometem quando se trata de números racionais.

Posteriormente aplicaremos um teste com um grupo de alunos composto por questões similares e/ou iguais aos itens da avaliação. No caso do item ter sido publicado nos relatórios e ser de domínio público, o mesmo será utilizado em nossa pesquisa. Caso contrário, elaboraremos um item similar com o objetivo de preservar o banco de itens da avaliação.

Em uma próxima etapa, realizaremos entrevistas com um grupo de alunos para confirmarmos ou não as inferências feitas nos resultados da avaliação, a partir de suas respostas às situações-problemas propostas nos testes, com o objetivo de investigar as diferentes representações das questões utilizadas anteriormente de forma a contribuir para a observação de competências para a resolução de problemas.

A avaliação do SARESP apresenta questões abertas, com respostas construídas pelos alunos, que podem auxiliar a nossa pesquisa, uma vez que nessas questões o aluno deve registrar os cálculos que utilizou para chegar à resposta, pois através desses registros

teremos a possibilidade de identificar as estratégias utilizadas pelos alunos.

A pesquisa será desenvolvida em três escolas da Rede Estadual de São Paulo, com o objetivo de podermos avaliar os resultados em nível de fazermos uma comparação entre as mesmas. Nessas escolas pretendemos aplicar o instrumento de coleta de dados a todos os alunos matriculados no 9º ano do Ensino Fundamental e posteriormente realizar a entrevista com uma amostra representativa desse universo de alunos.

Salientamos que o percurso metodológico poderá sofrer algumas alterações, uma vez que a nossa pesquisa encontra-se em um estágio bastante incipiente.

Bibliografia

CAMPOS, T. Et al. **Lógica das Equivalências**. PUC, São Paulo: Relatório de Pesquisa não publicado, 1995.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. 9.ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1989.

CAVALCANTI, J. D. B. **Concepções sobre fração de professores da 1ª fase do ensino fundamental do município de Tupanatinga**. Monografia de especialização não publicada. Orientador Dr. Marcelo Câmara dos Santos. Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife- PE, 2004, 101p.

GOMES NETO, J. B.; RUSEMBERG, L. **Indicadores de qualidade de ensino e seu papel no Sistema Nacional de Avaliação**. Em aberto, v.15, nº66, p.13-28, abr/jun.1995.

KERSLAKE, D. **Fractions: children's Strategies and errors: a report of the strategies and errors in Secondary Mathematics Project**. Windsor: NFERNelson, 1986.

LIMA, J M. **Introdução ao conceito de fração: uma experiência de ensino**. Alfabetização e Cidadania, educação matemática. RAAAB. São Paulo. N. 6. dez 1997.

MACHADO, S. D.A. **Educação Matemática: uma introdução**. 2.ed. São Paulo:EDUC, 2002.

MENEZES, M. R. de Lara; CARVALHO, E. G. **Referências bibliográficas**. 3ª ed. Natal: EDUFRN, 2003.

MERLINI, V. L. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T.; BRYANT, P.; PRETZLIK, U.; HURRY, J. **The effect of situations on children's understanding of fractions**. Trabalho apresentado no encontro da British Society for Research on the Learning of Mathematics. Oxford, june, 2003.

NUNES, T.; CAMPOS, T.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Educação Matemática 1: números e operações numéricas**. São Paulo: Cortez, 2005.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

SANTOS, R. S. **Analisando as Estratégias utilizadas pelos alunos da Rede Municipal do Recife na resolução de questões do SAEPE sobre números racionais**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria de Educação. **Matriz de referência para avaliação Saesp: documento básico** – São Paulo: SEE, 2009. V. 1.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria de Educação. **Relatório Pedagógico 2010** – São Paulo: SEE, 2011.

SILVA, M. J. F. **Sobre a introdução do conceito de número fracionário**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

SILVA, V. et al. Uma experiência de ensino de fração articulada ao decimal e à porcentagem. **A Educação Matemática em Revista – SBEM**, N° 8, p. 16-23, junho, 2000.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar / tradução: Maria Lúcia Faria Moro**. Curitiba: Ed. Da UFPR, 2009.

ZABALA, A. **A Prática Educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1988.