

# ESTUDO DO CÁLCULO INTEGRAL EM VOLUMES DE FIGURAS SÓLIDAS UTILIZANDO A FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Janaína Cardoso da Silva<sup>1</sup>

Kátia Maria de Medeiros<sup>2</sup>

Educação Matemática no Ensino Médio

## Resumo

A pesquisa em desenvolvimento tem como questão norteadora: o processo de formular e resolver problemas matemáticos com o cálculo integral, torna a disciplina mais maleável e faz com que os alunos notem sua importância? objetivos utilizar a Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos sobre o cálculo de volumes através de Integral, explorando tal metodologia para um melhor aprendizado dos alunos nos cálculos de volume em figuras sólidas e tentar mostrar o Cálculo Integral e suas aplicações enfatizando o conteúdo em questão. A pesquisa será desenvolvida no Instituto Federal de Campina Grande como parte final do trabalho de dissertação do Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba. Este projeto vem tentar desmistificar o estudo de Cálculo, bem como mostrar algumas aplicações para o mesmo, melhorando a compreensão do conteúdo e possibilitando um pensamento matemático crítico-reflexivo por parte dos alunos e professores.

**Palavra-chave:** Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos. Cálculo Integral. Ensino Médio.

## Introdução

Este artigo visa mostrar o projeto de mestrado que ainda encontra-se em fase inicial de pesquisa, no qual pretendo utilizar a formulação e resolução de problemas matemáticos sobre o Cálculo Integral em volumes de figuras sólidas. Tal pesquisa vem tentar incentivar a contextualização dos conteúdos objetivando uma melhor compreensão e valorização do conhecimento matemático dentro e fora da sala de aula.

Podemos observar que, na maioria das vezes, a disciplina Matemática não está sendo bem explorada no nível médio e superior, onde a metodologia de ensino se resume a forma tradicional, mostrando definições já prontas, incontáveis demonstrações e raras aplicações. Lembrando que todos estes aspectos da Matemática formal citados

---

<sup>1</sup> Universidade Estadual da Paraíba, janainacardoso70@gmail.com

<sup>2</sup> Universidade Estadual da Paraíba, katiamedeirosuepb@gmail.com

são necessários ao rigor que a Matemática exige, porém a proposta em questão não é a retirada destes procedimentos, mas, deixar que o aluno possa perceber a importância do cálculo, construir o conceito junto ao professor e conseguir notar uma aplicação existente ao seu redor. Desta forma, o professor torna-se um mediador no processo de compreensão do conteúdo e de um pensamento crítico sobre o mesmo.

Com o propósito de alcançar todos, ou se não, grande parte de nossos objetivos pretendemos explorar um pouco mais a metodologia de Formular e Resolver Problemas Matemáticos nas aulas de Cálculo Integral lecionadas nos cursos técnicos no Instituto Federal da Campina Grande.

### **Fundamentação Teórica**

Tomando por base D'Ambrósio (2003), observamos a importância de se ensinar a Matemática não apenas como um componente curricular obrigatório da carreira escolar, mas como uma ciência que possa fazer parte da educação geral, visando o pensamento crítico e criativo do indivíduo.

D'Ambrósio (2003) culpa o professor em contribuir para reforçar crenças sobre tal ciência, mostrando apenas coisas que poderiam ter sido úteis há muito tempo atrás e não mais atualmente. O autor ainda afirma que nas escolas não se ensina a Matemática do século XXI, e sim, de maneira muito mal elaborada, uma Matemática retrógrada e mecânica. Também enfatiza a diferença entre ser professor e educador dentro e fora da sala de aula.

Essa nova era da Matemática como um todo, depende da consciência de cada profissional que almeja mudança e desmistifique a história de que esta é uma ciência para gênios e não para todos. A mudança deve partir dos cursos de formação de professores, mostrando as várias vertentes da área, suas aplicabilidades e importâncias, popularizando a disciplina e não deixando-a desaparecer entre tantas outras.

Podemos ter como base alguns teóricos, tais como Piaget e Vygotsky para, desta forma, compreender melhor como a teoria pode auxiliar na busca de possibilidades para uma passagem de um estado de menor de conhecimento para um maior e mais amplo. Em sua teoria, Piaget buscou posições epistemológicas, levando em consideração que a inteligência é algo dinâmico e plástico, Piaget estava interessado no sujeito psicológico. Com isso, César (2000, p. 23 ) afirma:

Esta concepção de inteligência liga-se diretamente com sua noção de invariantes funcionais, que são mecanismos que ele considera existir em todas as formas de adaptação. Muitos professores que queixam de que os alunos, nas aulas, parecem perceber tudo, mas depois chegam nos testes e não conseguem resolver as tarefas propostas.

Daí a teoria piagetiana, segundo a autora, mostra dois pontos importantes para o desenvolvimento do aprendizado, um deles é o de existir uma motivação afetiva e o outro o de existir uma motivação cognitiva, sendo que ambos devem ser interligados durante o processo de aquisição do conhecimento.

O sucesso para o ensino e compreensão está na interação entre professor e aluno de maneira que um compreenda o raciocínio do outro, dentro de uma metodologia adequada aos seus níveis, para juntos construírem os seus próprios conhecimentos.

A teoria de Vygotsky, segundo César (2000), seguiu caminho paralelo aos pensamentos de Piaget, podendo afirmar que suas teorias se interligam, pois este aborda o sócio-histórico-cultural do desenvolvimento da criança, destacando o pensamento e a linguagem que dão origem às interações sociais. Neste sentido, a comunicação que o professor estabelece em sala de aula e, em particular, nas aulas de Matemática, é de fundamental importância para que os alunos possam justificar, conjecturar, compartilhar, argumentar, partilhar e negociar suas ideias com os outros e com o próprio professor.

Desta forma, o papel do professor vem mudando a cada dia, não pela maneira de como ensinar ou de manter uma relação com os seus alunos, mas de observar como o aluno pode se descobrir dentro da aula e do seu meio. Logo, nota-se que a comunicação vem ganhando espaço devido a sua relevante importância na aprendizagem.

A negociação dos significados entre professores e alunos nas aulas de Matemática se faz necessário, para o desenvolvimento das capacidades cognitivas e conceituais dos alunos. Com isso, a interação resultará em um diálogo mais proveitoso, levando os alunos a pensarem mais, ouvirem mais e melhor, ou seja, sentir interesse pela disciplina. Para que a comunicação obtenha êxito se faz necessário utilizar algumas metodologias auxiliares às tradicionais, podendo ser citadas a formulação e resolução de problemas matemáticos com o intuito que haja comunicação e compreensão dos conceitos estudados.

As interações e comunicações na aula de Matemática implicam em mudanças no currículo escolar e, conseqüentemente, exige modificações na formação dos professores.

Desse modo, este tema torna-se cada dia mais interessante e pertinente às realidades escolares, quando se trata de buscar “inovar” para melhorar a educação.

### **Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos e o Cálculo Integral**

É fato que em todas as etapas do ensino e da aprendizagem na perspectiva de formulação e resolução de problemas matemáticos (DANTE, 2010; BROW & WALTER, 2005), os alunos são levados a desenvolver e construir seus conhecimentos, levantando hipóteses e podendo chegar às conclusões desejadas. O processo de construção de novos conhecimentos une-se com o já adquirido para, desta forma, permitir o avanço na formação de novos conceitos e modelos matemáticos, gerando um leque de aprendizagem com compreensão.

Por outro lado, o que percebemos é que o insucesso dos alunos, na disciplina de Cálculo, está fortemente relacionado à sua não adequação dos conteúdos que compõe os programas disciplinares, não sendo estes, condizentes com a realidade dos estudantes bem como suas necessidades dentro de sistema social, cultural e econômico. Outro fator importante é qual metodologia usar, que em sua maioria, prioriza operações, técnicas e repetição de algoritmos e não o aprendizado dos alunos.

Pesquisas mostram que noções de limite e infinito podem ser construídas pelos alunos de forma intuitiva e versátil, ainda de maneira informal e no Ensino Médio, sem retirar o rigor matemático dos mesmos, ao contrário do que se observa nos primeiros anos dos Cursos Universitários das áreas de Ciências Exatas, Matemática, Engenharia, ou Econômicas, causando a frustração dos alunos e até levando-os a evasão do curso (SANT'ANA e TEDESCO, 2004)

Nota-se que esses dois conceitos têm muitos elementos em comum e são assimilados de forma conjunta, logo as imagens conceituais que os alunos constroem para representa-los estão, em sua maioria, são distorcidos e com sentidos equivocados. Daí a importância de mostrar, de uma forma mais genérica, as noções de limite e infinito construindo com eles um pensamento matemático mais avançado, ou seja, preparando para se deparar com a versão mais aprofundada destes conceitos no nível superior.

Notando que, o pensamento avançado pode ser caracterizado por dois elementos básicos, denominados de definições matemática precisas e dedução lógica de teoremas, proposições e corolários (SANT'ANA;TEDESCO, 2004), observa-se a real hipótese de

que se o aluno já tem um conhecimento prévio sobre o conteúdo, mesmo que de forma branda, ele terá menos dificuldade na compreensão e assimilação no estudo sobre limite e infinito. Desta forma, pode construir um pensamento matemático avançado com mais facilidade, bem como perceber a aplicação destes conceitos em alguma situação.

Outro fator preocupante é a forma como o aluno cria a sua imagem conceitual para limite e infinito, quando estudadas de maneira superficial nas séries do ensino Fundamental e Médio, estas, por sua vez, são em sua maioria equivocadas e distorcidas, porém, quando o mesmo se depara com um estudo mais profundo sobre o assunto não consegue evoluir a sua imagem conceitual, confundindo-o e não conseguindo modificá-las. Portanto, a forma como se constrói tais imagens tem que ser delicada e cuidadosa com o propósito de se obter uma boa base para o conhecimento dos conceitos sobre limite e infinito.

Em uma experiência vivida por Sant'Ana e Tedesco (2004) através de uma proposta pedagógica em uma oficina, para docentes de Matemática, puderam constatar as diversas dificuldades entre eles em lembrar de tais conceitos assim como aplicá-los. Foram desenvolvidas atividades com retângulos, na primeira sobre a área máxima ou mínima do mesmo, mantendo a medida do perímetro fixa, enquanto que na segunda atividade mantinha a área fixa, variando o perímetro. Em ambas, pôde observar as dificuldades sobre as imagens conceituais dos conceitos de limite e infinito vindas por partes dos docentes participantes das oficinas.

As dificuldades dos docentes refletem em uma graduação onde tais conceitos não foram bem explorados, e devido a seu não uso no ambiente de trabalho, em sua maioria por não conseguir aplicar, levam ao esquecimento. Daí pode-se observar que se um conteúdo possibilita um aprendizado eficaz no aluno, tanto de nível médio quanto de nível superior, provavelmente, este não irá esquece-lo tão facilmente e conseguirá introduzir em seu trabalho uma noção básica sobre limite e infinito, contribuindo para a construção de uma imagem conceitual não distorcida e equivocada.

Portanto, a relação entre as disciplinas estudadas durante a graduação e a prática profissional deve haver, mesmo que de forma superficial, para que o aluno do Ensino Médio possa, futuramente, em seu Ensino Superior desenvolver competências para a aquisição do conhecimento aprofundado sobre limite e infinito, minimizando a frustração quando se deparar com uma matemática mais complexa e abstrata, porém não impossível de compreendê-la.

As investigações sobre o ensino e aprendizagem da Matemática vêm crescendo de forma significativa, objetivando o aumentar o interesse dos alunos dos níveis básicos e superior com relação a disciplina, assim como elevar o nível de aprendizado dos mesmos, passando de simples agentes passivos de conteúdo para pessoas ativas na reprodução do que aprenderam. Antes, as investigações se resumiam a pesquisas sobre o ensino e aprendizagem nos níveis básicos de educação, tendo em vista que são as séries iniciais que dão sustentabilidade para as demais, porém percebeu-se desde o início dos anos 60 que estava se tornando necessário a busca por novas práticas metodológicas nos níveis superiores de Educação, pois os alunos deste nível seriam os futuros professores do ensino básico e portanto reprodutores do que haviam aprendido (SANT'ANA;TEDESCO, 2004).

Daí a real necessidade de não somente criar novos hábitos para os alunos mais também preparar aqueles que irão reproduzir o aprendizado, de modo a trabalhar uma melhor forma de ensino, de falar sobre o que se ensina e de falar matemática. Segundo Benedito Silva (2011) no processo de ensino o professor identifica e tenta aplicar teorias de aprendizagens, e ao se tratar da Matemática tem que ser feitas tentativas para encorajar os alunos a se descobrirem dentro dos próprios propósitos. Desta forma permite que percebam esta ciência como não apenas um conjunto de habilidades e sim uma ciência essencialmente usada por aqueles que gostam ou não, ou seja, ela está em nossas vidas de maneira direta e indireta.

O encontro com a Matemática, em seu processo de aprendizagem, reflete em uma tensão existente entre os saberes do 'matemático' e do 'educador matemático', havendo um sentimento negativo por parte dos matemáticos. Estes, mesmos observando a riqueza que se encontra em pesquisas feitas por educadores matemáticos, preocupados com o aprendizado eficaz do aluno e buscando teorias e metodologias com o cunho de minimizar o abismo entre estes dois grupos, ainda é utópico a ideia de juntos.

Ao passo que se observa o avanço sobre as práticas de ensino no nível superior percebe-se uma progressão de estímulos partindo dos alunos nos cursos das ciências exatas, e em paralelo a este fato é notório o aumento do rendimento escolar. Em particular, processo de aprendizagem na disciplina de Cálculo no nível técnico e universitário.

Sabe-se que de fato encontram-se algumas dificuldades para a aplicação de tais práticas, algumas delas são as inerentes aos conceitos matemáticos, como os alunos

aceitam estes novos métodos, quais os resultados e como os professores irão transformar o conceito de integral mais acessível sem retirar o rigor matemático.

Segundo Benedito Silva (2011), o rigor matemático teve início desde sua gênese, a começar pelas simbologias para descrever estratégias de resolução para os problemas formulados, pode ser observado os símbolos introduzidos por Leibniz,  $\int$  e “d”, para concluir que a área sob uma curva é composta por muitas faixas retangulares verticais infinitamente finas, com área igual a  $ydx$  e cuja soma indicou por  $\int ydx$ . Fazendo observações geométricas ele verificou que  $d \int ydx = ydx$  e, reciprocamente, que  $\int dy = y$ , mostrando a sua relação inversa entre  $\int$  e “d”.

Outro estudioso a construir ideias ricas sobre o Cálculo foi o Isaac Newton, que em seus trabalhos envolvia algumas passagens sobre o infinitesimal diferente de zero, simbolizado por “ $o$ ”, e em outras ocasiões supondo igual a zero. Tais contribuições de Leibniz e Newton possibilitaram ao avanço do Cálculo e a introdução do conceito de função, o primeiro visava designar toda e qualquer das variáveis geométricas associadas a uma curva. Com isso, a noção de função foi assumindo especificidades que, segundo Benedito Silva (2011), passou a designar a relação de dependência entre uma variável dependente e outras variáveis independentes desvinculadas de uma determinada curva particular. Logo, percebe-se que a epistemologia histórica remete á obstáculos e paradoxos que acompanham os conceitos matemáticos, em particular os do Cálculo, desde sua origem.

Pode-se, assim, afirmar que a complexidade do estudo sobre o Cálculo pode ser minimizada por um conjunto de fatores relacionadas tanto com os professores quanto com os alunos, a começar pelas suas expectativas no que se refere ao nível de desempenho dos alunos, em sua maioria idealizadora, durante a construção do saber matemático.

Por outro lado, percebe-se que o estudo na educação básica está resumido a um contrato didático baseado em organizações matemáticas pontuais, causando lesões no desenvolvimento do aprendizado matemático (BENEDITO SILVA, 2003). Desta forma, percebe-se que mesmo o professor de Cálculo priorizando ou reforçando os procedimentos com algoritmos, a disciplina tem em sua natureza um caráter

globalizador, onde sua própria prática requer um estabelecimento entre relações de diferentes saberes isolados que espera-se ter vindo da educação básica.

De um modo geral, a formulação e resolução de problemas matemáticos pode possibilitar uma aprendizagem matemática com compreensão e menos ansiedade. Desse modo, pensamos que o ensino de Cálculo Integral, em especial, os cálculos de volumes, apoiados no processo de Formular e Resolver Problemas Matemáticos como uma estratégia de ensino podendo garantir uma aprendizagem com compreensão, principalmente ao tratar da realidade e necessidade dos alunos, além de envolver a interdisciplinaridade e trazê-la para a sala de aula.

### **Algumas Considerações**

O fato de a disciplina Matemática não ser bem explorada nos níveis médio e superior levou a inquietação para elaborarmos esta proposta de pesquisa para tentar minimizar as crenças improdutivas sobre esta disciplina, enfatizando o estudo de volumes de figuras sólidas, tendo como metodologia a Formulação e Resolução de Problemas Matemáticos.

Contudo, a pesquisa ainda encontra-se em sua fase inicial, tendo a sua prática interrompida devido às greves dos Institutos Federais, onde a pesquisa deve ser desenvolvida. Logo, o trabalho ainda não encontra-se propriamente definido pois não conhecemos a vivência do Instituto Federal de Campina Grande, que pretendemos visitar e melhor conhecer, assim que a greve terminar.

### **Referências**

BROWN, S., WALTER. M. *The art of problem posing*. (3ª ed). New York: Routledge, 2005.

BURAK, Dionísio. *Crítérios norteadores para a adoção da modelagem matemática no ensino fundamental e secundário*. Revista Zetetiké. Ano 2 – nº 2/1994, p. 47-70.

CAMPOS, Lídio Mauro Lima. . *Uso de ferramentas educacionais na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral*. Disponível em [tecnologiasnaeducaçao.pro.br/revista/a1n1/art14.pdf](http://tecnologiasnaeducaçao.pro.br/revista/a1n1/art14.pdf). consultado em 30 Nov. 2011

CARNEIRO, José Paulo; WAGNER, Eduardo. *Vale a pena estudar Cálculo?*. Revista do Professor de Matemática, n°53, p.18-21.SBM, 2004.

CÉSAR, Margarida. *Interações na aula de Matemática: um percurso de 20 anos de investigação e reflexão*. Revista: Interações na aula de Matemática, Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. Ed. 1ª, Viseu, Janeiro, 2000.

D' AMBRÓSIO, U. *Por que se ensina Matemática?* Disponível em <<http://www.sbem.com.br>> Acesso em: 03 de setembro de 2003.

DOMENICO. Luís Carlos Almeida. *Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral por meio de tecnologias de informação e comunicação. Dissertação para o grau mestre em educação. Curitiba – 2006.*

GONÇALVES, Maria Fernanda. *Interações e comunicação na aula de Matemática: implicações para o currículo e a formação de professores*. Revista: Interações na aula de Matemática, Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. Ed. 1ª, Viseu, Janeiro, 2000.

ROMÃO, Margarida. *O papel da comunicação na aprendizagem da Matemática*. Revista: Interações na aula de Matemática, Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. Ed. 1ª, Viseu, Janeiro, 2000.

SANTA'ANA. Marilaine de França; TEDESCO, Priscila. *Discussão das noções de Limite e Infinito*. Educação Matemática em Revista, ano 11, n°17, Dez. 2004.

SILVA, Benedito Antônio. *Diferentes dimensões do Ensino e aprendizagem do Cálculo*. Revista: Educação Matemática em Pesquisa, São Paulo, vol 13, n 3, p. 393-413, 2011.

TEODORO, A. & VASCONCELOS, M. L. *Ensinar e Aprender no Ensino Superior. Por uma epistemologia da curiosidade na formação universitária*. São Paulo: Cortez, 2003.