

Um Olhar para o Processo de Matematizar de Alunos do Ensino Fundamental II

Rodrigo Camarinho de Oliveira¹

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Regina Luzia Corio de Buriasco²

GT08 – Avaliação em Educação Matemática

Resumo: Hans Freudenthal, um dos precursores da Educação Matemática Realística, toma como essencial a ideia da matemática como uma atividade humana (FREUDENTHAL, 1991), considera também que ela deve ser aprendida pelo “fazer”, de modo que o aprendiz tenha a oportunidade de “re-inventá-la” tendo no processo de matematização o núcleo da atividade. Este trabalho pauta-se nos princípios da Educação Matemática Realística para proporcionar aos estudantes situações passíveis de matematizar bem como se utiliza da *Análise da Produção Escrita* para a análise/interpretação dos dados. Com isso, pretendemos analisar indícios/características do processo de matematizar de alunos do Ensino Fundamental II em suas produções escritas com o objetivo de compreender melhor como esse processo se constitui.

Palavras – Chave: Educação Matemática. Educação Matemática Realística. Matematização. Análise da Produção Escrita.

1. Introdução.

Como membro do GEPEMA³ - Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação, pretendo com esse trabalho contribuir com as pesquisas desse grupo buscando, à luz da fundamentação teórica, os indícios dos processos de matematização dos alunos do Ensino Fundamental II. Esse trabalho mostra-se relevante a medida que atualmente o GEPEMA dedica-se a estudar a abordagem de ensino e aprendizagem de matemática denominada Educação Matemática Realística e a matematização é a principal atividade desenvolvida nessa perspectiva.

Para tanto, pretendemos proporcionar aos alunos situações em que, a partir destas, lhes sejam possíveis reinventar a matemática por meio do processo de matematização e, a partir

¹ Aluno do Programa de Pós-Graduação (Mestrado) em Ensino Ciências e Educação Matemática – Universidade Estadual de Londrina. Bolsista do CNPq. E-mail: rodrigo_camarinho@hotmail.com

² Professora do Departamento de Matemática e do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – Universidade Estadual de Londrina. E-mail: reginaburiasco@hasner.com.br

³ Constituído no Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina.

produção escrita dos alunos, investigaremos tais indícios fazendo uso da análise da produção escrita.

2. Problema

Buscar indícios do processo de matematização na produção escrita de alunos do Ensino Fundamental II.

Por meio de um estudo da produção escrita de alunos do Ensino Fundamental II, buscar-se-á deslindar **o processo de matematizar desses alunos** e perpassar⁴ os questionamentos:

- i. que indícios do processo de matematizar de um aluno podem ser reconhecidos por meio da análise da produção escrita?
- ii. quais são as características as tarefas das aulas de matemática que permitem o reconhecimento de indícios de matematização?
- iii. como se caracteriza uma aula de matemática em que as atividades são desenvolvidas baseadas na reinvenção guiada?
- iv. que indícios do processo de matematizar de um aluno podem ser reconhecidos por meio da análise da produção escrita?
- v. em que consiste e que elementos constituem um processo de *matematização* (como reconhecer) ou estão subjacentes a ele?
- vi. na perspectiva de implementar atividades que possibilitem aos estudantes matematizar em sala de aula qual o papel do professor? do aluno? qual a dinâmica na sala de aula?

Cada um desses questionamentos será discutido, à luz da fundamentação teórica, com o intuito de, também, compreender um pouco do ambiente em que o processo de ensino-aprendizagem acontece.

3. Objetivos

3.1 Objetivo Geral

Analisar indícios/características do processo de matematização na produção escrita de alunos a fim de compreender melhor como esse processo se constitui.

⁴ No sentido de avançar em certa direção.

3.2 Objetivos Específicos

- Identificar indícios do processo de matematização horizontal desenvolvido pelos alunos por meio da análise da produção escrita.
- Identificar indícios do processo de matematização vertical desenvolvido pelos alunos por meio da análise da produção escrita.
- Analisar indícios/características do processo de matematização horizontal e vertical.

4. Referencial Teórico

4.1 A Educação Matemática Realística – RME

Em oposição ao movimento da Matemática Moderna, foi desenvolvida na década de 70, no IOWO (Institute for Development of Mathematics Education), atual Instituto Freudenthal, na Holanda, uma abordagem para o ensino de Matemática denominada Educação Matemática Realística (FREUDENTHAL, 1991; van den HEUVEL-PANHUIZEN, 1996). Essa abordagem tem seus fundamentos apoiados nas ideias de Hans Freudenthal.

Segundo Freudenthal, "o que os seres humanos têm de aprender não é a matemática como um sistema fechado, mas sim como uma atividade, um processo de matematização da realidade e, se possível ainda, da matematização da matemática." (FREUDENTHAL, 1968, p. 7). Ele toma como essencial a ideia da matemática como uma atividade humana (FREUDENTHAL, 1991), considera também que ela deve ser aprendida pelo "fazer", de modo que o aprendiz tenha a oportunidade de "re-inventá-la" tendo no processo de matematização o núcleo da atividade. Assim, nessa abordagem, é fundamental que seja dado aos estudantes a oportunidade de percorrer caminhos semelhantes aos percorridos pelos matemáticos ao desenvolver a Matemática tal como a conhecemos hoje e, que este caminho deve ser feito sob a orientação de um professor de modo que o conhecimento matemático formal seja desenvolvido a partir do conhecimento informal dos estudantes (TREFFERS, 1991).

4.1.1 O processo de *matematização*

De acordo com Freudenthal, a principal atividade desenvolvida na Educação Matemática Realística é

uma atividade de resolver problemas, de procurar problemas, e também uma atividade de organização de um assunto. Esta pode ser uma questão de realidade, a qual tem de ser organizada de acordo com padrões matemáticos se tiver de ser resolvida. Também pode ser uma questão matemática, resultados novos ou velhos, de produção própria ou de outros, que têm de ser organizados de acordo com novas ideias, para ser melhor entendida, em um contexto mais amplo ou por uma abordagem axiomática (FREUDENTHAL, 1971, pág. 414) (tradução nossa).

Freudenthal chamou esta atividade de organização de *matematização*.

Para De Lange (1987) *matematização* pode ser entendida como a “atividade de organização e estruturação da realidade, segundo a qual conhecimentos e habilidades são elaborados para encontrar regularidades, relações e estruturas conhecidas ou não” (DE LANGE, 1987, p. 17). Em outras palavras, é a atividade de organizar a realidade a partir de meios matemáticos, sendo eles, generalidade, certeza, precisão, brevidade.

Mais tarde, nesse mesmo caminho, Treffers (1987) faz uma distinção entre *matematização horizontal* e *vertical* dentro do processo de *matematização*. Treffers (1987) coloca que “*matematização horizontal* consiste de uma esquematização da área que torna possível atacar o problema por meios matemáticos” (TREFFERS, 1987, p. 71) e envolve atividades como identificar a matemática específica em um contexto, formular e visualizar um problema e, descobrir relações e regularidade. Já a *matematização vertical* refere-se ao processo matemático, a solução do problema, a generalização da solução e a maior formalização de conceitos e, envolve atividades como representar uma relação com uma fórmula, refinar e ajustar modelos, provar regularidades, generalizar e, combinar e integrar modelos.

Desenvolver conceitos matemáticos a partir de situações reais, de acordo com De Lange (1987), carrega consigo a necessidade de se refletir sobre o realizado e adequá-lo ao mundo real. Dito de outra forma, do mundo real são extraídas situações, que, após serem “matematizadas”, devem ser levadas de volta ao mundo real. Esse processo – *mundo real* → *matematização* → *mundo real* – De Lange (1996) denominou *matematização conceitual*. O esquema a seguir ilustra o comentado.

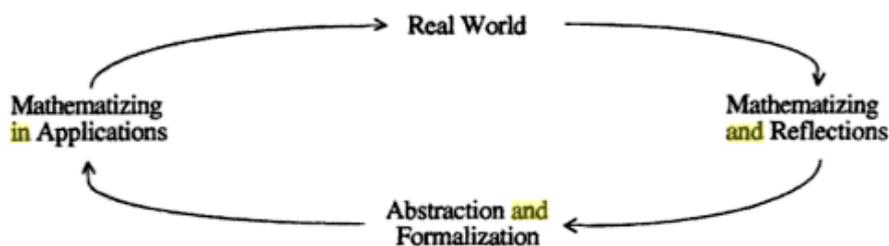


Figura 1 – *matematização conceitual*

Fonte: (De Lange, 1996, p. 57).

Esse movimento, conforme indicado no esquema, exemplifica o caminho a ser percorrido pelo estudante no desenvolvimento dos conceitos matemáticos de acordo com os pressupostos da Educação Matemática Realística.

4.1.2 Reinvenção guiada

Segundo Freudenthal (1971, 1973 apud VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996, p. 11), matemática “pode ser melhor aprendida pelo fazer” e uma maneira disso acontecer é por meio da “reinvenção guiada” (FREUDENTHAL, 1994).

De acordo com Freudenthal,

[...] crianças deveriam repetir o processo de aprendizagem da humanidade, não como isso de fato ocorreu, mas, sim, como ele teria sido feito se as pessoas no passado tivessem conhecido um pouco mais do que nós sabemos agora (FREUDENTHAL, 1994, p.48).

Sob a luz da reinvenção guiada, em lugar de apresentar as ferramentas e os conceitos matemáticos prontos e acabados, dá-se a oportunidade aos estudantes de “reinventá-las” por meio processo de matematização progressiva, e isso, de acordo com suas necessidades e nível de compreensão, tornando os alunos responsáveis também pela sua aprendizagem, atribuindo-lhes o papel de protagonistas nesse processo.

O foco principal da “reinvenção guiada” não está nos objetos matemáticos, isto é, no produto e, sim, na atividade, no realizar.

Alguns argumentos de Freudenthal indicam que a “reinvenção guiada” pode facilitar a aprendizagem. Ele considera que se aprende mais e melhor com o resultado de sua própria atividade; que a aprendizagem pela reinvenção pode ser motivadora; que o processo de descoberta pode ser divertido, e, por fim, que isso nutre uma atitude de experimentação matemática como uma atividade humana (FREUDENTHAL, 1994).

Nessa perspectiva, o trabalho do professor se torna indispensável e de extrema importância já que é ele quem prepara o caminho a ser percorrido pelos alunos durante o “re-inventar” da matemática.

4.2 Análise da Produção Escrita

A análise da produção escrita dos estudantes contribui segundo Nagy-Silva e Buriasco (2008, p.86), entre outras coisas, para mostrar como os estudantes “demonstram compreender as ideias envolvidas, quais estratégias ou procedimentos utilizam, o modo como as comunicam”.

Ao encontro do apresentado, Viola dos Santos (2007), configura a análise da produção escrita como

uma das formas [...] de buscar conhecer mais detalhadamente como os alunos lidam com os problemas matemáticos, como se configuram seus processos de aprendizagem, quais dificuldades encontram, tomando as maneiras de lidar⁵ dos alunos, diferentes da correta, como constituintes dos processos de aprendizagem. (p.27)

Em conformidade aos apontamentos acima, a produção escrita de alunos do Ensino Fundamental II será utilizada para identificar indícios do processo de matematizar desses alunos em tarefas de uma aula de matemática.

5 Procedimentos metodológicos

Essa investigação é de caráter qualitativo de cunho interpretativo. Garnica (2004) caracteriza pesquisa qualitativa como aquela possui as seguintes características:

(a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas (p. 86).

Segundo Stake (1995), num estudo qualitativo, uma forma estratégica que ajuda na busca dos significados é a descrição das noções expressas diretas e individualmente em

⁵ Viola dos Santos (2007, p.22) substitui a palavra “erro” por “maneiras de lidar”, expressão com a qual caracteriza os alunos pelos que eles têm num determinado momento e não pelo o que falta.

diferentes textos e/ou a descrição de suas interpretações. Ambas podem gerar categorias cuja agregação depende muito da busca de padrões. Muitas vezes, os padrões não serão identificados imediatamente, outras vezes, os padrões emergirão inesperadamente da análise. Sendo assim, as categorias serão formadas a partir do agrupamento de trechos dos diferentes textos e autores que expressarem basicamente as mesmas ideias e estas categorias serão utilizadas na composição dos quadros.

Nessa perspectiva, pretendemos desenvolver essa pesquisa em 5 fases. Cada uma destas será apresentada a seguir.

Fase 1 – *construindo os alicerces*

A primeira fase da pesquisa será dedicada ao estudo da fundamentação teórica. Esta fase tem como objetivo a preparação do “terreno” para o desenvolvimento das fases seguintes. A fundamentação teórica está de acordo com o que o GEPEMA tem, atualmente, se dedicado a estudar assim como algumas das questões aqui propostas refletem os interesses desse grupo. É importante ressaltar que essa é a primeira fase da pesquisa, mas que ela não terminará com o início da Fase 2, pelo contrário, o estudo teórico fará parte desse trabalho até seu término.

Fase 2 – *procura⁶ por situações*

É objetivo deste trabalho investigar o processo de *matematização* de alunos do Ensino Fundamental II. Para tanto, torna-se necessário que os estudantes sejam confrontados com situações que lhes permitam matematizar. As produções desses estudantes comporão o *corpus* desse trabalho.

Esta fase da pesquisa será dedicada à *procura por situações* passíveis de matematizar que serão trabalhadas com os estudantes em sala de aula. Como o trabalho a ser desenvolvido envolve alunos do Ensino Fundamental II, pretendemos proporcionar a eles situações que lhes sejam atraentes e despertem a curiosidade e a vontade de se envolver. Alguns aspectos serão considerados na busca pelas situações tais como faixa etária e a relação menino-menina.

Fase 3 – *na sala de aula*

⁶ A utilização da palavra *procura* deve-se ao fato de ainda não termos claro se vamos utilizar situações já postas e validadas ou se vamos propor nossas próprias, submetê-las a validação para então utilizá-las.

Esta fase tem início quando, com as situações escolhidas, partimos para o trabalho direto com os estudantes. É nesse momento que as situações serão trabalhadas na sala de aula e que faremos a recolha de dados.

Na sala de aula, pretendemos desenvolver o trabalho por meio da *reinvenção guiada* apoiados nas ideias da Educação Matemática Realística.

Para a recolha dos dados, alguns instrumentos poderão ser utilizados como gravações em áudio e vídeo, fotografias e os registros escritos dos estudantes. Para esse trabalho, no entanto, estamos mais interessados no que é escrito pelos estudantes por conta da metodologia escolhida para análise dos dados, a *análise da produção escrita*.

Fase 4 – *analisando*⁷

Esta fase tem início com a Fase 3 ainda em andamento, dado a necessidade de analisar o trabalho que está sendo desenvolvido para que eventuais ajustes possam ser feitos durante as aulas, encaminhando-as para o objetivo pretendido. É nesta fase também que a análise dos dados será feita.

Neste estudo, para a análise dos dados utilizar-se-á das orientações presentes na Análise de Conteúdo que Bardin (1979, p. 42) define como “conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativas ou não) que permitam inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) dessas mensagens”. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 137), esta é uma técnica que tem como função principal “descobrir o que está por trás de uma mensagem, de uma comunicação, de uma fala, de um texto, de uma prática, etc”. Por meio da Análise de Conteúdo, investigaremos a produção escrita dos alunos com o intuito de buscar indícios acerca do processo de matematização de cada aluno.

Com os dados “analisados” e organizados, passaremos para a quinta e última fase.

Fase 5 – *comunicando*

Essa fase consiste na compilação dos resultados obtidos a partir da análise e redação do texto final, a dissertação, para apreciação pública.

CRONOGRAMA

⁷ Neste trabalho, *analisar* não é somente uma atividade realizada a partir da utilização de metodologias e técnicas já postas e validadas. Consideramos também *analisar* como a observação sistemática do pesquisador que lhe fornece informações com as quais ele toma decisões na situação na qual está inserido.

Para efeito de organização, um programa de trabalho foi desenvolvido.

Fases	Distribuição trimestral – 01/03/2012 a 28/02/2014							
	1º tri	2º tri	3º tri	4º tri	5º tri	6º tri	7º tri	8º tri
Fase 1 – <i>construindo os alicerces</i>	X	X	X	X	X	X	X	X
Fase 2 – <i>procura por situações</i>			X	X				
Fase 3 – <i>na sala de aula</i>					X	X		
Fase 4 – <i>analizando</i>					X	X	X	
Fase 5 – <i>comunicando</i>						X	X	X

REFERÊNCIAS

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. Tradução: Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições: 70, 1977.

DE LANGE, J. **Mathematics, Insight and Meaning**. Utrecht: OW &OC, 1987.

DE LANGE, J. Using and applying mathematics in education. In A. J. Bishop et al. (Eds.), **International Handbook of Mathematics Education**. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996, p. 49-97.

FREUDENTHAL, H. Why to Teach Mathematics so as to Be Useful. **Educational Studies in Mathematics**. Holanda, 1968, p. 3-8.

FREUDENTHAL, H. Geometry Between the Devil and the Deep Sea. **Educational Studies in Mathematics**. Holanda, 1971, p. 413-435.

FREUDENTAL, H. **Revisiting Mathematics Education**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.

GARNICA, A. V. M. **História Oral e educação Matemática**. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

NAGY-SILVA, M. C.; BURIASCO, R. L. C. de. Uma possibilidade para a avaliação escolar: a análise da produção escrita. **Acta Scientiae (ULBRA)**, v. 10, p. 84-96, 2008.

STAKE, R. E. **The art of case study research**. Thousand Oaks, CA.: Sage, 1995.

TREFFERS, A. **Three Dimensions: A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction – The Wiskobas Project**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1987.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. **Assessment and Realistic Mathematics Education**. Utrecht: CD-β Press/Freudenthal Institute, Utrecht University. 1996.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. **O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

LEITURAS COMPLEMENTARES

DE LANGE, J. Assessment: no change without problems. In: ROMBERG, T. (ed.). **Reform in school mathematics and authentic assessment**. NY, SUNY Press, 1995. p. 87-172. Disponível em: <<http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/1131.pdf>> Acesso em: 25 jul. 2011.

DE LANGE, J. **Framework For classroom assessment in mathematics**. Freudenthal Institute & National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science. Setembro, 1999. Disponível em: <<http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/6279.pdf>> Acesso em: 23 fev. 2011.

DE LANGE, J. Mathematics for Literacy. In B.L. Madison & L.A. Steen (Eds.). **Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges**. Princeton, NJ: National Council on Education and Disciplines. 2003. Disponível em: <http://www.maa.org/QL/pgs75_89.pdf> Acesso em: 25 jul. 2011.

DRIJVERS, P. Students encountering obstacles using a CAS. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, vol. 5, n. 3, Setembro, 2000, p. 189-209.

GRAVEMEIJER, K.; DOORMAN, M. Context Problems in Realistic Mathematics Education: A Calculus Course as an Example. **Educational Studies in Mathematics**, v. 39, n.1, p.111-129, jan. 1999.

GRAVEMEIJER, K. TERWEL, J. Hans Freudenthal: A mathematician on didactics and curriculum theory. **Journal of Curriculum Studies**. Vol. 32, 2000, p.777-796.

KEISOGLU, S. SPYROU, P. Processes of mathematization in a learning environment combining devices and computational tools. **Quaderni di Ricerca in Didattica**, n. 13, 2003. Palermo, Itália.

MOSVOLD, R. Mathematics in everyday life, Telemark Research – Notodden, **ICME 10**, 2003. Disponível em: <www.vxu.se/msi/picme10/L3MR.pdf> Acesso em 29/8/2007.

NELISSEN, J. M. C. **Thinking skills is realistic mathematics**. 1999. Disponível em <www.fi.uu.nl/en/fius/jmc_nelissen.pdf>. Acesso em 13 set. 2010.

OECD. PISA 2009 **Assessment Framework**: key competencies in reading, mathematics and science. Paris: OECD, 2009.

TREFFERS, A. Realistic Mathematics Education in the Netherlands 1980 - 1990. In Leen Streefland (Ed.), **Realistic Mathematics Education in Primary Schools**. Utrecht: Freudenthal Institute, 1991.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D.. Realistic Mathematics Education: work in progress. In: BREITEIG, T.; BREKKE, G. (Eds.), **Theory into practice in mathematics education**. Kristiansand, Norway: Faculty of Mathematics and Sciences/Hogskolen I Agder, 1998. p.1-38. Disponível em: <<http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/4966.pdf>>. Acesso em: 25 jul. 2011.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. The role of contexts in assessment problems in mathematics. **For the Learning Mathematics**, Alberta-Canadá, v.25, n.2, p.2-9, 2005. Disponível em: <<http://www.fi.uu.nl/~marjah/documents/01-Heuvel.pdf>>. Acesso em: 25 jul. 2011.