

Conceito de Simetria em Livros Didáticos de Matemática para o Ensino Fundamental

Cláudio Roberto Cavalcanti da Fonseca¹

GD10 – Modelagem Matemática

Resumo

O presente artigo trata da abordagem do conceito simetria nos livros didáticos de matemática do ensino fundamental, especificamente os do Guia do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2010 e 2011, por considerar o livro didático uma importante fonte de consulta para professores e muitas vezes, único material de apoio à aprendizagem para os alunos.

Será considerado o conceito matemático e discussão do significado atribuído nos textos dos livros didáticos que serão investigados.

O percurso metodológico está baseado em Rudio (2007), em “Introdução ao Projeto de Pesquisa Científica”, que nos fornece subsídios para considerarmos a pesquisa como descritiva e em Triviños (1987), em “Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais – A Pesquisa Qualitativa em Educação”, onde é verificado que a maioria dos estudos que se realizam no campo da educação é de natureza descritiva. E considera a ‘análise documental’ como um estudo descritivo que fornece ao investigador a possibilidade de reunir uma grande quantidade de informação em livros-texto.

Para a análise consideramos as seguintes categorias: distribuição do conteúdo simetria por volume; tipos de simetria: de reflexão; de translação e de rotação; simetria com a ideia de metade; simetria e cor; uso do espelho; identificação de figuras simétricas ou simetria de figuras.

Palavras chave: Matemática. Conceito. Simetria. Livro Didático.

1. Introdução

Este trabalho tratará do aspecto conceitual relativo ao conteúdo simetria nos livros didáticos de matemática. Algumas questões gerais e preliminares são abordadas, tais como: se o conceito de simetria ocupa um lugar privilegiado no conhecimento científico; se as recomendações curriculares nacionais referem-se ao conceito de simetria e de que modo; se as matrizes de avaliações institucionais, como o ENEM, o SAEB, a Prova Brasil ou o PISA, referem-se ao conceito de simetria e que papel os livros didáticos ocupam no ensino escolar atual.

Na BCC (Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco), observamos que o conteúdo simetria é mais evidenciado na segunda etapa do ensino fundamental.

¹ Mestrando em Educação Matemática e Tecnológica pela UFPE, Recife – PE.
e-mail: claudiiorcf@yahoo.com.br ou claudiiorcf@hotmail.com

No ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), observamos claramente informações sobre o conteúdo simetria, justificando o objeto de pesquisa deste trabalho.

Na Prova Brasil e SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), não foram identificadas referências ao conteúdo simetria de acordo com os descritores elencados.

No PISA (programa Internacional de Avaliação de Estudantes), apenas no conteúdo Espaço e Forma identificamos, não explicitamente, algo que lembre simetria.

Consideraremos também o Livro Didático, que é uma importante fonte de consulta para muitos professores e, muitas vezes, único material de apoio à aprendizagem para os alunos, diversos pesquisadores apontam várias concepções sobre esses recursos didáticos.

Segundo Molina (1988, p. 17), um livro didático é uma obra escrita (ou organizada, como acontece tantas vezes), com a finalidade específica de ser utilizada numa situação didática, o que a torna, em geral, anômala em outras situações. Parece que para esse pesquisador, o livro didático é um material único e exclusivamente usado em sala de aula.

Segundo Rojo (2005, p. 3), o conceito de livro didático proposto por Molina implica uma sala de aula regida basicamente pelo manual, pelo livro didático.

Goldberg (1983, p. 7) considera que o livro didático tem a intenção de fazer com que o aluno aprenda, razão pela qual apresenta conteúdos selecionados, simplificados e sequenciados.

Esses estudos, assim, apontam para a relevância do livro didático no ensino escolar, considerando evidentemente que a referência do Guia do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é de suma importância, pois atendem a uma rigorosa avaliação para sua adequação como instrumento de ensino e aprendizagem.

De acordo Guia do PNLD:

O livro didático é um importante material de apoio ao processo de ensino e aprendizagem, pois contribui, ao mesmo tempo, para o trabalho do professor e para o estudo do aluno. Embora a prática pedagógica do professor envolva diversas dimensões, como sua pesquisa constante para o aprimoramento de seu trabalho em sala de aula, um livro didático com textos adequados, ilustrações pertinentes e informações atualizadas auxilia no planejamento de ensino. Para que suas possibilidades sejam aproveitadas ao máximo, o livro didático deve estar adequado às necessidades da escola, do aluno e do professor.

Essas considerações nos dão condições de firmar o estudo no livro didático de matemática, em especial os do PNLD 2010 e 2011.

Convém acrescentar que no ensino fundamental em nosso país, em especial, a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1997 e 1998), ganhou corpo a ideia de que os conceitos matemáticos são adquiridos ao longo de um extenso período de

aprendizagem, em que muitos tópicos matemáticos são estudados desde o início da escolaridade e retomados, nos anos seguintes, em graus crescentes de abrangência e de complexidade.

2. O Conceito de Simetria

O termo simetria, para a maioria das pessoas, tem a ideia mais relacionada à arte e à natureza do que com a matemática, pois apresenta muitos significados na linguagem coloquial, como, por exemplo, equilíbrio, harmonia, repetição, perfeição, igualdade entre partes de um objeto. A ideia intuitiva de simetria pode ser encontrada nas asas de uma borboleta, nas pétalas de uma flor ou em uma estrela do mar. Também a encontramos na arquitetura, nas construções e em objetos da nossa vida comum, como em um vaso de cerâmica.

Apesar de ser fácil reconhecer a simetria intuitivamente, a construção de um modelo matemático abstrato, para os vários fenômenos em que se manifesta, não é tão simples.

A simetria é um dos princípios básicos na formulação de modelos matemáticos para os fenômenos naturais. A sua ideia é uma das mais ricas na matemática e está associada às transformações efetuadas em elementos de um conjunto. Em particular, na geometria as simetrias associadas às isometrias² ganham particular importância.

No ensino escolar atual o termo simetria, na maioria das vezes, é tomado como sinônimo de simetria de reflexão. Contudo, no plano há quatro tipos básicos de transformações que preservam distâncias, isto é, há quatro tipos de isometrias: reflexão, translação, rotação e reflexão seguida de translação. Cada uma dessas isometrias gera figuras geométricas planas³ simétricas a outras figuras geométricas e também figuras geométricas simétricas a si mesmo.

A ação de uma isometria T sobre uma figura geométrica F_1 produz uma figura geométrica $F_2 = T(F_1)$, que se diz isométrica a F_1 (ou simétrica a F_1).

Por exemplo: Translação

² Uma isometria entre os planos Π e Π' é uma função $T: \Pi \rightarrow \Pi'$ que preserva distâncias. Isto significa que, para quaisquer pontos $X, Y \in \Pi$, tendo $X' = T(X)$ e $Y' = T(Y)$, tem-se $d(X', Y') = d(X, Y)$. (Lima, E.L., 1996, p. 13)

³ Chamaremos apenas de figuras geométricas.

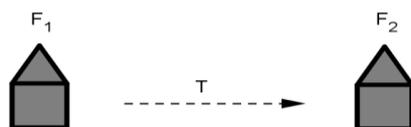


Figura 1

Quando a figura geométrica F_2 obtida pela ação da isometria T sobre F_1 é igual a F_1 dizemos que $F_1 = F_2$ é simétrica a si mesma ou, mais simplesmente, simétrica, em relação à isometria T .

Por exemplo: Rotação de uma figura, de um ângulo de 90° em torno do ponto O , como no desenho abaixo:

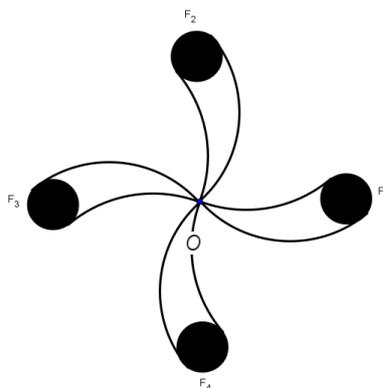


Figura 2

$\rho_{O,90^\circ}(F_1) = F_2^4$, $\rho_{O,90^\circ}(F_2) = F_3$ e $\rho_{O,90^\circ}(F_3) = F_4$. Considerando que a figura geométrica $F = F_1 \cup F_2 \cup F_3 \cup F_4$, temos que F é invariante pela rotação de 90° em torno do ponto O . Verificamos também que a figura geométrica F tem simetria relativa às rotações de 180° , 270° , 360° , 450° , ...

Ou seja, na rotação de noventa graus da figura geométrica F_1 em torno do ponto o , obtemos a figura geométrica F_2 , da mesma forma na rotação de noventa graus da figura geométrica F_2 em torno do ponto o , obtemos a figura geométrica F_3 . Procedendo assim, obteremos a figura geométrica F_4 . Desta forma produzimos a figura geométrica F que é a reunião das quatro figuras geométricas anteriores, de forma que na rotação de noventa graus de F em torno do ponto o obtemos a mesma figura geométrica F . Diz-se então que F é invariante pela rotação de noventa graus em torno do ponto o .

Se considerarmos, analogamente, a rotação no sentido horário, representado pelo ângulo -90° , a figura geométrica F terá então, simetria em relação às rotações de $\dots, -270^\circ, -180^\circ, -90^\circ, 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, \dots$

⁴ A notação $\rho_{O,90^\circ}(F)$ significa rotacionar a figura F por 90° em torno do ponto O .

Conclui-se que, no âmbito da geometria, o conceito de simetria estudado neste trabalho fundamenta-se no conceito de:

- I) Isometria
- II) Transformação de uma figura por isometrias

Além disso, podemos dizer que uma figura geométrica F é simétrica relativamente a uma transformação isométrica T , se a figura F é invariante por T , isto é, a transformação aplicada à figura geométrica F tem como imagem a própria figura geométrica F . Isto significa que o terceiro aspecto básico do conceito aqui estudado é:

- III) Invariância de uma figura por uma isometria

Em suma, quando se considera uma figura geométrica simétrica F , três conceitos básicos entram em jogo:

- a) Uma transformação geométrica T no conjunto que contém F ;
- b) A ação da transformação T sobre a figura F ;
- c) A invariância de T pela transformação, ou seja, $T(F) = F$.

O conceito matemático de simetria e de figuras simétricas aqui discutido será utilizado na investigação do significado atribuído nos textos dos livros que serão investigados.

3. Algumas Pesquisas Sobre o Ensino de Simetria

Siqueira (2001) realizou um trabalho sobre o conceito de simetria de reflexão, cujo título é “Explorando a Simetria de Reflexão: uma sequência didática no Cabri-Géomètre”, em que utilizou elementos da Engenharia Didática, proposta por Artigue (1992), na sua metodologia, cujo público alvo foram estudantes do 7º ano do ensino fundamental.

É destacado o conceito de simetria de reflexão tratado no ensino fundamental. Considera-se que este conceito possui uma formulação já estabelecida, cujos elementos essenciais são os conceitos de isometria e de invariância de uma figura por um grupo de isometrias.

A pesquisa de Siqueira constituiu-se de um pré-teste, composto de quatro questões, passando pelas atividades da sequência e concluindo com um pós-teste.

Ao analisar os resultados das atividades constatou-se uma melhora de 10,01% do pré-teste para o pós-teste, concluindo que a sequência foi bastante eficiente. Pode-se observar nas atividades de congruência entre figuras, distância e correspondência ortogonal que os erros foram minimizados ou completamente eliminados.

Outra pesquisa considerada é a de Araújo e Gitirana (2000), que investigaram a simetria rotacional, cujo título foi “Construção do Conceito de Simetria através de um Ambiente no Cabri-Géomètre: Análise de uma Sequência Didática”. Em que foi empregada uma adaptação da concepção da Engenharia Didática, destacando que o conceito de simetria está muito presente no mundo físico, ocupando um lugar de destaque no cotidiano das pessoas, como nas construções, nas artes e nas ciências.

Afirmam que os PCN direcionam que os livros didáticos destinados ao ensino fundamental já comecem a introduzir o conceito de simetria desde as séries iniciais, além de indicar o uso de novas tecnologias como recurso no processo de construção do conhecimento.

Em vista disso, o trabalho utiliza o software Cabri-Geomètre, com o objetivo de apresentar e analisar didaticamente uma sequência de ensino para a construção do conceito de simetria rotacional, cujo público alvo são alunos do 7º ano do ensino fundamental

Nas considerações teóricas, explica que no estudo da simetria, três elementos intervêm de forma indissociável: (i) transformação isométrica; (ii) figura geométrica e (iii) invariância dessa figura, face a transformação.

Assim, conceitua simetria da seguinte forma: uma figura é simétrica relativamente a uma transformação isométrica T se a figura F é invariante por T , ou seja, se a transformação aplicada à figura F tem como imagem a própria figura F [$T(F) = F$].

Consideraram que os objetivos propostos foram alcançados satisfatoriamente, pois perceberam grande interesse e motivação dos alunos em todas as sessões, evidenciando um avanço na compreensão dos conceitos relativos à noção de simetria rotacional.

A pesquisa desenvolvida por Melo (2010) abordou a simetria de reflexão focalizando a problemática da modelização de conhecimentos dos alunos do ensino fundamental. Para isso utilizou como metodologia o modelo cKç desenvolvido por Nicolas Balacheff (1995), que é ancorado na Teoria das Situações Didática (BROUSSEAU, 1998).

Para efetivação da sua pesquisa, Melo realizou visitas em vinte e duas escolas públicas e particulares do estado de Pernambuco, em que foi realizado o estudo experimental, com a finalidade de identificar as coleções de livros didáticos adotadas, encontrando sete coleções, das quais cinco constam no Guia do PNLD 2008.

Entre as sete coleções analisadas, apenas quatro abordam as isometrias (reflexão, translação e rotação), observando que a reflexão axial é a mais contemplada nos livros didáticos.

Um dado importante na pesquisa de Melo, e o que nos levanta uma hipótese, é de que a simetria de reflexão é a mais abordada em livros didáticos que tratam das transformações geométricas.

4. Objetivos

4.1 Objetivo Geral

Investigar, nos livros didáticos de Matemática aprovados no PNLD 2010 (1º ao 5º ano) e 2011 (6º ao 9º ano), a abordagem do conceito de simetria.

4.2 Objetivos Específicos

- Identificar que tipos de simetria são abordados nos livros citados.
- Investigar quais são e como são tratados os elementos constitutivos do conceito matemático de simetria.
- Investigar como se distribuem, em cada livro e ao longo das coleções, os textos que tratam do conceito de simetria.
- Identificar quais livros abordam transformação geométrica.
- Identificar nos livros citados a relação estabelecida entre a simetria e as transformações geométricas.

5. Percorso Metodológico

A metodologia descrita por Rudio (2007), em “Introdução ao Projeto de Pesquisa Científica”, nos fornece subsídios para considerarmos a pesquisa como descritiva, a saber:

Uma das diferenças mais fundamentais entre a pesquisa descritiva e experimental é que, na primeira, procura-se conhecer e interpretar a realidade, sem que haja interferência. Já na pesquisa experimental, o pesquisador manipula algum aspecto da realidade, com a finalidade de produzir determinados efeitos.

Na distinção entre pesquisa descritiva e experimental, Rudio (2007, p. 71) afirma que “descrever é narrar o que acontece e explicar é dizer como acontece”.

Também obtemos elementos informativos em Triviños (1987), em “Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais – A Pesquisa Qualitativa em Educação”, onde é verificado que a maioria dos estudos que se realizam no campo da educação é de natureza descritiva, contudo os estudos descritivos não ficam simplesmente na coleta, ordenação e classificação dos dados, pois é possível estabelecer relações entre as variáveis, neste caso o estudo se denomina estudo descritivo correlacional.

Segundo Triviños (1987, p. 111) “a ‘análise documental’ é outro tipo de estudo descritivo que fornece ao investigador a possibilidade de reunir uma grande quantidade de informação sobre leis estaduais de educação, processos e condições escolares, planos de estudo, requisitos de ingresso, livros-texto etc.”

5.1 Preparação das Informações (descrição)

Analisaremos todos os livros de matemática destinados ao ensino fundamental aprovados no PNLD 2010 (1º ao 5º ano) e no PNLD 2011 (6º ao 9º ano).

5.2 Categorização (classificação)

De acordo com os objetivos elencados, também fundamentado no quadro teórico adotado na pesquisa e a partir das primeiras coletas de dados nos livros didáticos, as categorias de análise das informações foram surgindo como se seguem: Distribuição do conteúdo simetria por volume; Tipos de simetria: de reflexão; de translação e de rotação; Simetria com a ideia de metade; Simetria e cor; Uso do espelho; Identificação de figura simétrica a outra figura ou figura simétrica a si mesma.

5.3 Interpretação (análise)

Para uma análise mais detalhada da evolução do conteúdo simetria nos livros didáticos, fez-se necessária uma delimitação do universo das coleções. Um primeiro exame dos livros selecionados revelou que, em 4 (quatro) casos, seria possível agrupar os volumes destinados à primeira etapa do ensino fundamental com os volumes destinados à segunda fase, de modo que houvesse pelo menos um autor em comum em todos esses volumes.

Será dada uma codificação através de uma letra para cada coleção. E neste momento mostraremos o início da análise da primeira coleção.

Os gráficos a seguir mostram a distribuição do conteúdo simetria por quantidade de páginas e o percentual dessas páginas em relação ao total do respectivo volume.

Gráfico 01: Coleção A – Quantidade de páginas em valor absoluto do conteúdo simetria por volume.

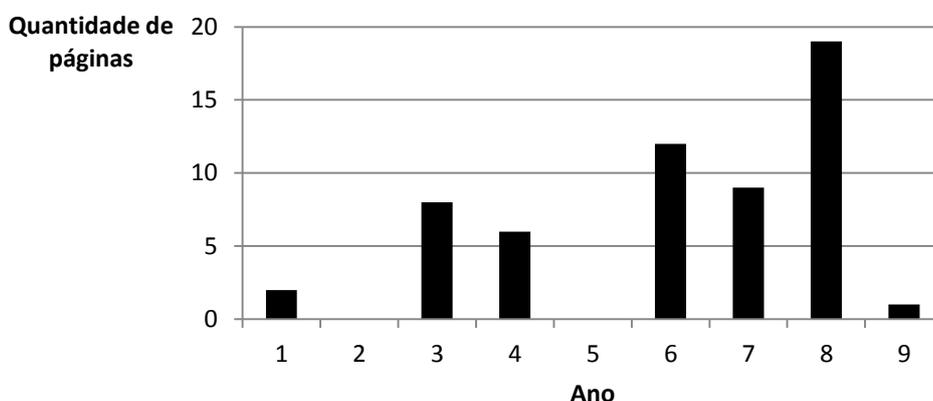
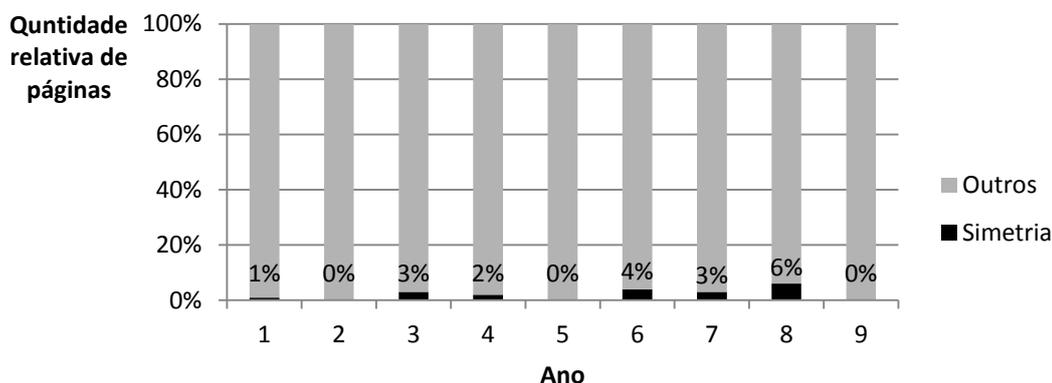


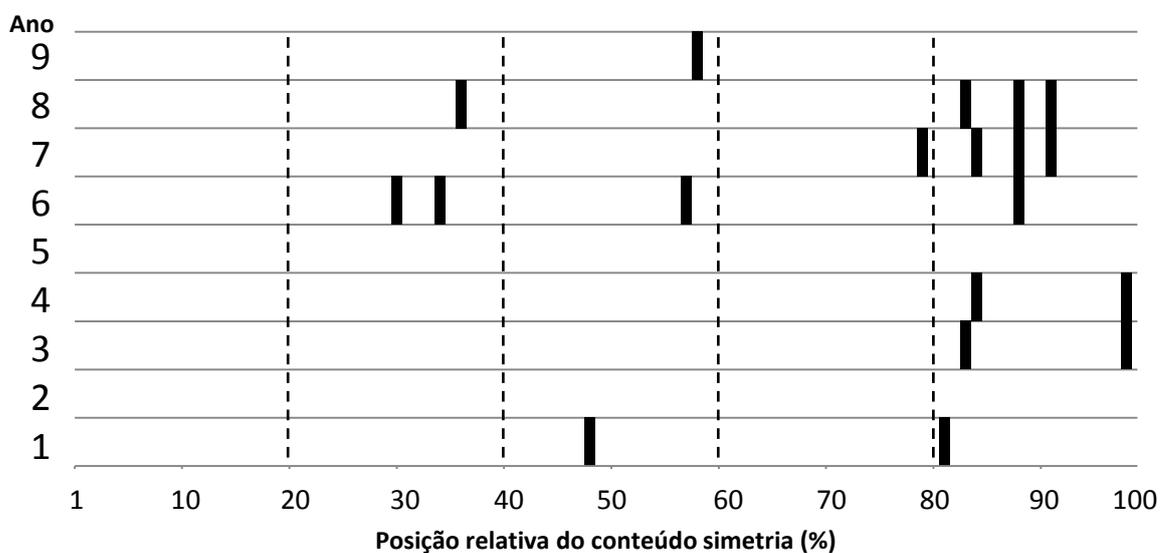
Gráfico 02: Coleção A – Quantidade relativa de páginas por volume.



Observamos uma oscilação ao longo da coleção, que se acentua pela ocorrência de anos em que há praticamente ausência de tratamento do conteúdo de simetria, a exemplo do segundo, quinto e nono anos.

O gráfico a seguir procura mostrar a localização relativa do conteúdo em foco em cada volume da coleção.

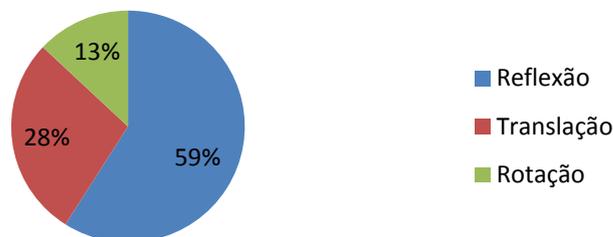
Gráfico 03: Coleção A – Posição relativa do conteúdo simetria por volume.



Verificamos que esta coleção apresenta como característica situar, em sua maioria, o conteúdo de simetria mais na segunda metade dos volumes que os contêm, e está concentrado principalmente no último quinto da coleção. Não apresentam um decréscimo nem um crescimento em relação à quantidade no decorrer dos volumes. Há ausência do conteúdo simetria no segundo e quinto anos, a maior quantidade é encontrada no oitavo ano. O nono ano apresenta apenas quando menciona a parábola da função do segundo grau.

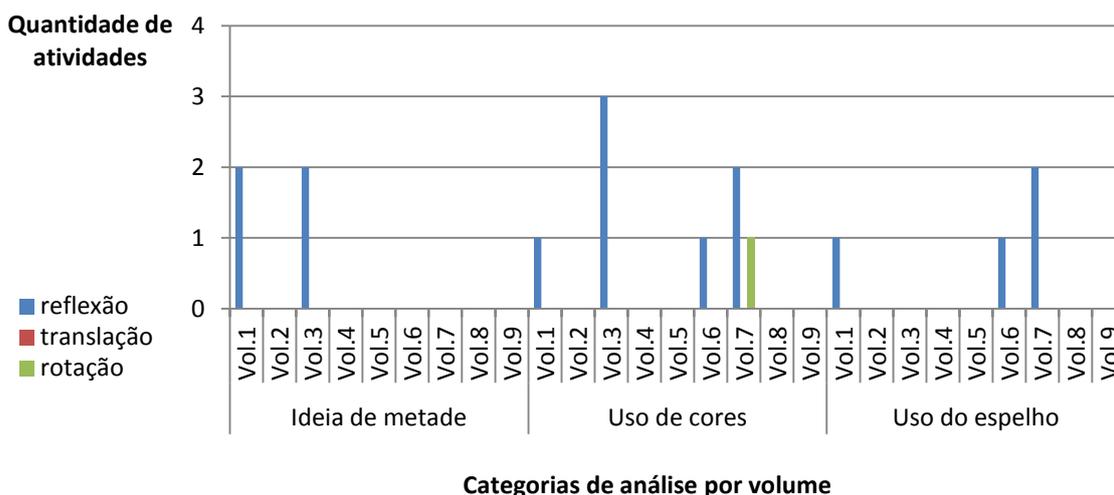
Os gráficos a seguir indicam a distribuição das quantidades de atividades por tipo de simetria e a distribuição das quantidades de atividades por categoria de análise.

Gráfico 04: Coleção A – Tipos de simetria



Observa-se a predominância da simetria de reflexão, seguida pela de rotação e de translação, com os respectivos percentuais aproximados: 59%, 28% e 13%.

Gráfico 05: Coleção A – Quantidade de atividades por categoria de análise em cada volume e por tipo de simetria.



Considerando as categorias de análise, observamos a predominância da simetria de reflexão, apenas uma atividade da simetria de rotação com uso de cores no sétimo ano e a total ausência da simetria de translação.

Gráfico 06: Coleção A - Ideia de metade

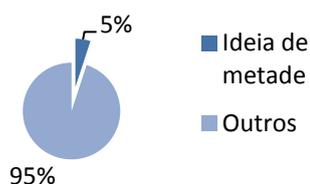


Gráfico 07: Coleção A - Uso de cores

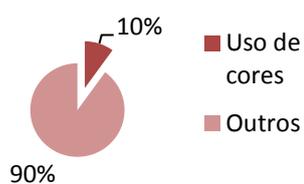
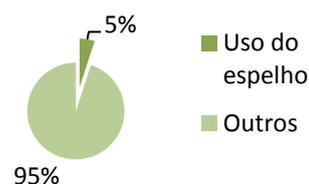
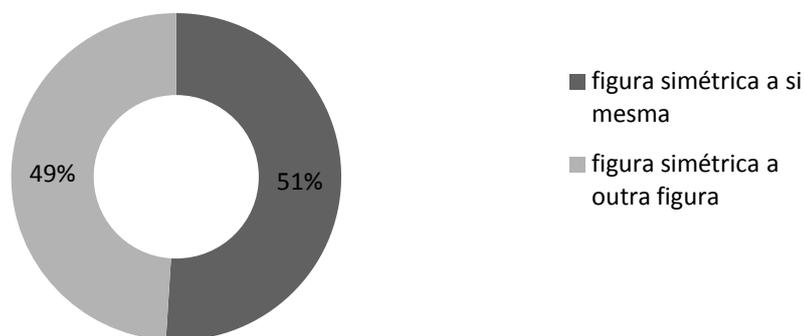


Gráfico 08: Coleção A - Uso do espelho



As atividades que trabalham com uso de cores são iguais as que trabalham com ideia de metade e uso de cores juntas. Todavia, as três juntas somam apenas 20% aproximadamente das atividades com simetria.

Gráfico 09: Atividades que apresentam figura simétrica a si mesma ou figura simétrica a outra figura



As atividades apresentando as figuras simétricas ou simetria de figuras estão praticamente com a mesma quantidade nesta coleção.

Referências

ARAÚJO, A. J. e GITIRANA, V. **Construção do Conceito de Simetria Rotacional Através de um Ambiente no Cabri-Géomètre: Análise de uma Sequência Didática**. 23^a ANPEd, 2000.

BARRETO, A C. **Modelos matemáticos nas não-exatas**. Rio de Janeiro: PUC, texto mimeo, 1998.

Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco: matemática / Secretaria de Educação. - Recife: SE. 2008.

BRASIL, SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**, Ensino e 1^a a 4^a série. Brasília, MEC/SEF, 1997.

_____. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, MEC/SEF, 1998.

CARVAHO, J. B.; Lima, P. F. (a) **O conceito de simetria no ensino fundamental**.

CARVALHO. J. B.; Lima, P. F. (b) **Matemática**, v. 17, Brasília. 2010.

DOMOLEN, J. VAN. **Textual Analysis**, 141-171, In Christiansen, B. & Howson, A. G., Otte, M., D. Reidel. **Perspectives on Mathematics Education**, Publishing Company, pp141-171, 1986.

FISCHBEIN, E. **The Theory of figural concepts Educational Studies** In: Mathematics v. 24, 163-176, 1993.

GERARD, F. M. & ROEGIERS, X. **Conceber e Avaliar Manuais Escolares**. Coleção Ciências da Educação. Portugal: Porto Editora, 2002.

GOLDBERG, M. A. A.; SOUZA, C. P. **Avaliação de programas educacionais**. São Paulo: Ed. EPU, p.38-45, 1983.

LABORD C.; CAPPONI, B. **Cabri-Géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique**, Recherches em didatique dès Mathématiques, v 14 (1.2), p 65-210, 1994.

LIMA, E. L. **Isometrias**. Publicação da SBM. 1996.

MELO, D. M. B. (2010). **A Simetria de Reflexão: Elementos de Concepções Mobilizadas por alunos do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado) – Recife. UFPE/PE.

Ministério da Educação. Departamento de Políticas de Ensino Fundamental. **PNLD**, 2010.

Molina, O. **Quem engana quem? Professor x livro didático**. Vol. 2. ed. Campinas, SP: Ed. Papyrus, 1988.

PARZYSZ, B. **“Knowing” vs “seeing”**: problems of the plane representartion of space geometry figures. Educational Studies in Mathematics, v. 19, n. 1, p 79-92, 1988.

ROJO, R. **Recomendações para uma política e materiais didáticos**. MEC: Brasil, 2005.

RUDIO, F. V. **Introdução ao Projeto de Pesquisa Científica**. ed. Petrópolis, Vozes, 2007.

SIQUEIRA, J. E. (2000). **Explorando a simetria de reflexão: uma sequência didática no Cabri-Géomètre**. Monografia (Licenciatura) – Recife. UFPE/PE.

Triviños, A. N. S. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais: A Pesquisa Qualitativa em Educação**. – São Paulo: Atlas, 1987.