

# **História da Matemática como Instrumento Didático para Aprendizagem do Conceito da Grandeza e de Medida de Área no Quinto Ano do Ensino Fundamental**

Edilene Simões Costa dos Santos<sup>1</sup>

Orientador: Dr. Cristiano Alberto Muniz<sup>2</sup>

Coorientadora: Dra. Maria Terezinha de Jesus Gaspar<sup>3</sup>

**GD5**– História da Matemática e Cultura

## **Resumo**

O presente trabalho apresenta a síntese do projeto de pesquisa de doutorado, em fase de elaboração e aplicação da sequência didática em duas turmas de quinto ano do ensino fundamental da rede pública de ensino do Distrito Federal. A pesquisa está fundamentada na seguinte tese: mobilizar didaticamente a história da matemática na ação pedagógica pode proporcionar, de forma significativa, a construção do conceito da grandeza e medida de área pelos alunos dos anos iniciais do ensino fundamental e tem como objetivo central analisar como a história da matemática pode contribuir para construção do conceito da grandeza e de medida de área pelos alunos do quinto ano do ensino fundamental e, conseqüentemente, sua sistematização. O aporte teórico apresenta questões epistemológicas e metodológicas relacionadas à apropriação da história da matemática como recurso didático para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos. A metodologia de pesquisa utilizada tem por base a engenharia didática que articula a construção do saber matemático a uma prática reflexiva investigativa diante de uma sequência didática experimental.

**Palavras chaves:** História. Matemática. Ensino e aprendizagem.

## **Introdução**

A pesquisa em desenvolvimento apresenta e discute as possibilidades e limites da história da matemática como instrumento didático no ensino da matemática buscando propor a utilização da história para tomar decisões pedagógicas quanto ao ensino do

---

<sup>1</sup> Universidade de Brasília – UnB [edilenesc@gmail.com](mailto:edilenesc@gmail.com)

<sup>2</sup> Professor do programa de pós-graduação em educação da Universidade de Brasília – UnB

<sup>3</sup> Professora do departamento de matemática da Universidade de Brasília – UnB

conceito de medida de área e procedimentos para o seu cálculo no quinto ano do ensino fundamental. A história constitui-se no pano de fundo do cenário pedagógico, durante o ato de ensinar e aprender.

Nosso estudo tem se efetivado na busca de comprovações da potencialidade didática da história da matemática e de conhecimentos históricos que permitam desenvolver uma pesquisa fundamentada na seguinte tese: mobilizar didaticamente a história da matemática na ação pedagógica pode proporcionar, de forma significativa, a construção do conceito da grandeza e medida de área pelos alunos dos anos iniciais do ensino fundamental.

Nessa perspectiva, determinamos como objetivo geral:

Analisar como a história da matemática pode contribuir para construção do conceito da grandeza e de medida de área pelos alunos do quinto ano do ensino fundamental e, conseqüentemente, sua sistematização.

Estabelecemos como objetivos específicos:

- Elaborar atividades com fundo histórico que permitam ao aluno conjecturar, discutir e estabelecer estratégias mentais nas resoluções de situações-problema que envolvam o conceito de área e diferentes procedimentos para o cálculo de sua medida.
- Verificar se a história da matemática estabelece significados para as atividades desenvolvidas em sala de aula pelos alunos do quinto ano do ensino fundamental.
- Identificar as contribuições e os limites da história da matemática na construção do conceito da grandeza e de medida de área no quinto ano do ensino fundamental.

Estudiosos da Educação Matemática apontam muitos fatores que interferem no processo de ensino e aprendizagem da matemática contribuindo para o baixo rendimento em todos os níveis de ensino, como por exemplo: as características inerentes e intrínsecas à disciplina, o currículo extenso, o ensino desvinculado do contexto histórico, social político e econômico no qual está inserido, a formação deficitária do professor, a concepção que o aluno forma sobre a matemática, o papel social dessa área de conhecimento, as metodologias de ensino, a desvalorização do professor, a avaliação não processual, dentre outros.

Mendes (2006) aponta a história da matemática como uma alternativa para a superação de dificuldades no ensino e aprendizagem da matemática e na sua valorização, como produto cultural, ponderando que esta potencialidade depende do modo como a história é inserida na sala de aula.

Nos últimos anos, tem havido um interesse crescente em estudar e ver papel da história da matemática em melhorar o ensino e a aprendizagem da matemática. No entanto, nossa experiência profissional e bibliográfica revela-nos que o material produzido na perspectiva de defender a história, como um elemento didático no ensino e aprendizagem da matemática, é pouco mais quantitativamente significativo do que referências que divulgam práticas pedagógicas desenvolvidas em sala de aula, principalmente, no que se refere às séries iniciais do ensino fundamental. Há um número maior na formação de professores, no ensino médio e anos finais do ensino fundamental. Há carência acerca de como utilizar a história ao longo do processo de construção conceitual nas séries iniciais do ensino fundamental.

Nesse sentido, a pertinência desse trabalho justifica-se no desejo de contribuirmos para o avanço das reflexões de utilização da história, como instrumento didático, nos anos iniciais, não apenas como histórica satírica<sup>4</sup>, mas como elemento norteador de decisão quanto aos procedimentos pedagógicos a serem utilizados na construção do conceito pelo aluno.

Como toda apropriação é reelaborante, uma de nossas análises será perceber como o aluno em contato com a história da matemática a reelabora, até que ponto essa reelaboração preserva determinados saberes que são fundamentais na dimensão histórica e garante alguma produção em termo de benefícios para a aprendizagem do conceito em questão.

### **Fundamentação Teórica**

Para promover o ensino e aprendizagem de maneira política, histórica e social, o educador matemático terá que compreender o seu real papel nesse processo e considerar que a matemática é prática cultural de um povo, contrariando o senso comum que a julga universal e neutra. Assim como entender que aprender matemática é muito mais que decorar fórmulas, repetir modelos, exercitar técnicas; a matemática não pode ser vista apenas em seu caráter formal.

Segundo Baroni e Nobre (1999), a Educação Matemática vem buscando e propondo novos instrumentos metodológicos que podem ser utilizados pelos professores em suas atividades didáticas. A História da Matemática é um desses instrumentos que extrapola o

---

<sup>4</sup> História satírica é a história cronológica descontextualizada de um tema (MIGUEL, 1997).

campo da motivação e abarca elementos que interligam o conteúdo e o fazer pedagógico

Miguel e Miorim (2004) destacam algumas potencialidades da História da Matemática, entre elas a utilização como instrumento de promoção da aprendizagem significativa e compreensiva da matemática. Seu valor didático- metodológico, também, é considerado por Brolezzi (1991):

A ordem lógica mais adequada para o ensino de Matemática não é a do conhecimento matemático sistematizado, mas sim aquela que revela a Matemática enquanto Ciência em construção. O recurso à História da Matemática tem, portanto, um papel decisivo na organização do conteúdo que se quer ensinar, iluminando-o, por assim dizer, com o modo de raciocinar próprio do conhecimento que se quer construir.

O nosso estudo sobre o valor didático da história da matemática para o ensino fundamental ancora-se em autores que a defendem como um instrumento que interliga o conteúdo com o fazer pedagógico, entre eles Miguel e Miorim (2004), Mendes (2006, 2009), Fauvel e Van Maanen (2000), Gaspar (2003).

A fundamentação histórica encontra-se inicialmente em: Amma (1979), Eves (1997), Gillings (1972), Joseph (2000), Katz (1998), Mendes (2006, 2009a, 2009b), Miguel e Miorim (2004), Silva (2010), dentre outros.

### **Perspectivas Metodológicas**

De acordo com o caráter dado ao uso da história da matemática, nesse trabalho entendemos como Mendes (2006, p. 100), para o qual “o princípio que articula as atividades de ensino-aprendizagem via história da matemática é a investigação”. Por isso, propomos trabalhar numa perspectiva investigatória e construtivista. A investigação em sala de aula será subsidiada pela sequência didática e apoiada nos pressupostos apresentados por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003).

Segundo esses autores, o conceito de investigação matemática que formula questões, elabora conjecturas, realiza teste e demonstrações, refina tese e demonstrações, comunica resultados aos pares como atividade pode estar ao alcance do aluno como uma atividade de ensino e aprendizagem. No entanto, ela deve ser desenvolvida em três fases: introdução da tarefa pelo professor, realização das tarefas pelos alunos, individualmente ou em grupo, mediada pelo professor e discussão dos resultados.

As características da metodologia adotada baseiam-se em uma aproximação à perspectiva da engenharia didática, proposta por Artigue (1996), que apresenta um

esquema experimental fundamentado na concepção de uma sequência didática e na sua apresentação, observação, registro, análise e validação.

Almouloud (2007), por sua vez, apresenta algumas características dessa metodologia de pesquisa-ação que apresenta uma abordagem comparativa alicerçada na validação interna.

Essa aproximação à engenharia didática, uma metodologia de pesquisa-ação que articula a construção do saber matemático a uma prática reflexiva investigativa, diante de uma sequência didática experimental.

Para tanto, os sujeitos que participarão desta pesquisa são duas professoras e os respectivos alunos do 5º ano do ensino fundamental da rede pública de ensino do Distrito Federal (DF).

Mendes *et.al* (2009, p. 10) apresentam algumas dificuldades na implementação do uso da história no ensino da matemática, dentre as quais queremos considerar nesse momento: “o despreparo dos professores que não tiveram tanto em sua formação inicial quanto na continuada, oportunidades de estudo da história da matemática e de análise das possibilidades de inserção desta história em suas práticas pedagógicas”.

Mendes (2009b, p. 78) afirma: “o uso didático da história da matemática em sala de aula requer um entendimento profundo da própria matemática e do seu desenvolvimento histórico-epistemológico para que assim seja garantido o significado dessa abordagem pedagógica”.

Concordamos com as duas considerações: acreditamos que o professor, para recorrer à história como instrumento didático, precisa acreditar em tal potencialidade e compreendê-la ou aumentar sua compreensão, por meio de estudos da historicidade do tema a ser trabalhado em sala de aula. Isso significa que ele precisa buscar o conhecimento histórico para elaborar atividades que envolvam situações-problema que favoreçam o processo investigativo com vistas à construção e ressignificação de conceitos matemáticos. Portanto, devemos pressupor uma primeira perspectiva do professor pesquisador que procura conhecer a Educação Matemática e instrumentalizar-se para utilizá-la como recurso didático. O professor que não é, necessariamente, um historiador, deve inicialmente adquirir uma base do conhecimento da evolução histórica da matemática.

Esses pressupostos nos levaram à antecipação de possíveis dificuldades em encontrarmos um provável parceiro para a pesquisa. Por sermos formadoras de professores do ensino fundamental, temos conhecimento de que a história da matemática não compõe o

currículo dos cursos de formação de tais profissionais. Na busca de solução decidimos, então, realizar os estudos necessários com as professoras “sujeitas” na pesquisa.

### **Proposta de estruturação da sequência didática**

Primeiramente, consideramos que temos por intenção a elaboração de uma seção que trate da definição de área. Trazemos a conceitualização por meio de suas propriedades e de demonstrações.

Apresentamos, aqui, uma proposta de estruturação para a sequência didática. Apesar de nossos estudos, ainda, serem iniciais julgamos importante compartilhar o que temos como proposta inicial para que contribuições possam ser realizadas mais efetivamente no que diz respeito à mesma.

O nosso trabalho está baseado em cinco civilizações: Indiana, Babilônica, Egípcia, Chinesa e Grega. Ao longo dos nossos estudos investigaremos em cada um desses povos conhecimentos e procedimentos utilizados para o cálculo da medida de área. Buscamos na história informações para a elaboração de atividades que favoreçam aos alunos a construção do conceito da grandeza e de medida de área e a aquisição das relações entre comprimento e área.

Para a elaboração da sequência tomamos como referência o trabalho desenvolvido por Douady e Perrin-Glorian (1989), que distingue três pontos na aprendizagem de área: (1) Construir a noção de área como grandeza autônoma pela comparação direta de duas superfícies por inclusão ou indireta por recorte e colagem; (2) Estender a aplicação medida às superfícies que não podem ser recobertas por quadrados de área 1; (3) Apontar as diferenças e construir relações entre comprimentos e áreas, abordando suas respectivas variações durante várias transformações.

As sequências apresentam além dos objetivos uma introdução que as fundamentam epistemológica e historicamente.

### **Exemplo de sequências**

**Sequência 01** (composta por cinco atividades, aqui apresentaremos a atividade 01)

O processo será dinâmico o qual permitirá a identificação dos conhecimentos prévios e construção dos conceitos se relacionam na dinâmica da atividade.

**Objetivo:**

Elaborar atividades que permitam identificar as concepções que as crianças têm sobre a área como grandeza e quais propriedades e procedimentos ela utiliza para resolver problemas envolvendo esses elementos.

Construir o conceito de área como grandeza e suas propriedades.

**Epistemologia:**

Aqui fazemos um estudo epistemológico da Construção da área como grandeza autônoma. Fundamentamo-nos em Facco (2003) que afirma ser possível usar o raciocínio matemático para determinarmos a área de um objeto como grandeza sem o recurso numérico.

**Histórico:** Foi a partir da necessidade de calcular áreas de terra e os volumes de celeiros e pirâmides que a geometria egípcia surgiu com caráter particularmente prático.

Os problemas mais comuns de medição baseados nos volumes e áreas das figuras planas e sólidas mais familiares, na maior parte eram calculados corretamente. Áreas de retângulos, triângulos e trapézios isósceles foram obtidos corretamente, provavelmente por um processo de "decomposição e composição", semelhantes aos encontrados na geometria indiana e chinesa (JOSEPH, 2000, p. 82).

O processo de comparar superfícies por recorte e colagem nos remete aos procedimentos utilizados na resolução de problemas envolvendo área por diferentes civilizações da antiguidade como a Egípcia, a Babilônica, a Indiana, a Chinesa e a Grega.

**Parte 1** – Construir a noção de área como grandeza autônoma pela comparação direta de duas superfícies por inclusão.

Nessa primeira parte os alunos devem perceber que:

Podemos comparar as áreas de duas superfícies devido o fato da área da ser uma grandeza.

Dadas duas superfícies  $S_1$  e  $S_2$  com áreas  $A_1$  e  $A_2$ , respectivamente, se  $S_1 \subseteq S_2$ , então  $A_1$  é menor ou igual a  $A_2$ .

$$S_1 \subset S_2 \Rightarrow A_1 < A_2$$

Duas figuras  $F_1$  e  $F_2$  são congruentes se existe uma isometria que leva uma figura na outra. Se a figura de área  $A_1$  recobre a figura de  $A_2$  exatamente, então as duas figuras são ditas congruentes.

**Atividade 01:**

**Objetivo:** Perceber que se uma figura está contida na outra por isometria, então a área da primeira é menor do que a área da segunda.

**Material:** um par de figuras para cada aluno.

**Procedimento:**

- a) Agrupar os alunos de quatro em quatro.
- b) Entregar a cada aluno um par de figuras.
- c) Identificar se eles conhecem as figuras.
- d) Questionar qual figura tem a maior área? Pedir para os alunos justificarem.
- e) Provocar no aluno a conclusão que ao compararmos duas figuras se uma delas “está contida por isometria” na outra figura (por sobreposição), a que a contém tem área maior do que a área da que está contida.
- f) Solicitar que os alunos escrevam a conclusão a que chegaram e, desenhem ou recortem e colemb pares de superfícies indicando a que tem maior área. O objetivo aqui é que os alunos percebam um atributo (estar contida) que, caso o par de figuras possuam, permite concluir que a área de uma delas é maior ou menor do que a área da outra. Espera-se que os alunos desenhem pares de figuras onde uma delas “está contida por isometria” na outra.
- g) Pedir aos alunos que troquem seu par de figuras com as de um colega para eles verificarem qual tem área maior e justificarem a resposta.
- h) Orientar: compare a resposta do seu colega com a sua.

A cada aluno é entregue uma folha que traz as questões da atividade. Essa folha tem espaço para a identificação do aluno e para as suas respostas. Todas as figuras são entregues em um envelope.

**Exemplo: Sequência 01/ Atividade 01**

Você recebeu um par de figuras que te ajudarão resolver as questões abaixo.

1. Você conhece essas figuras?
2. Você conhece algum objeto que tenha a forma dessas figuras?
3. Qual das figuras dadas tem a maior área:

- a) por visualização ?
  - b) por sobreposição?
  - c) Compare os resultados.
4. Cole aqui essas figuras indicando qual tem a maior área. Escreva a sua justificativa.
  5. No papel dado desenhe e recorte duas figuras que tenham áreas diferentes, mas que ao seu amigo possa parecer que elas tenham áreas iguais. Indique qual figura para você têm a área maior, depois troque esse par de figuras com um colegas.
  6. Cole aqui esse par de figuras. Qual figura tem a maior área?
  7. Escreva a que conclusão podemos chegar ao analisarmos as áreas desses pares de figuras. Compare sua resposta com a do seu colega.

### Referências

ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. 1. ed. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

AMMA, S. T. A. *Geometry in Ancient and Medieval India* 1a. ed. Índia: Motilal Banarsidass, 1979. 280 p.

ARTIGUE, M. Engenharia didática. **Didáticas das matemáticas** (Dir. Jean Brun). Tradução Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. (Horizontes Pedagógicos).

BARONI, R. L. S.; NOBRE, S. A Pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999, p. 129-136.

BROLEZZI, Antônio Carlos. **A Arte de Contar: uma introdução ao estudo do valor didático da História da Matemática**. São Paulo:USP, 1991. Dissertação de Mestrado do Programa de Pós- graduação em educação – PPEG, Universidade de São Paulo. 1991.

DOUADY, Regine;PERRIN-GLORIAN, Marie-jeanne. **Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane**. Educational Studies in Mathematics 20: 387-424, 1989. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1989.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Tradução Domingues, H. H. Campinas: UNICAMP, 1997.

FAUVEL, J.; VAN MAANEN, J. (Editores). **History in mathematics education: the ICMI Study**. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, v. 6, 2000.

FACCO, Sonia Regina. **Conceito de área: uma proposta de ensino-aprendizagem**. 2003. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC, São Paulo, 2003.

GASPAR, M. T. J. **Aspectos do desenvolvimento do pensamento geométrico em algumas civilizações e povos e a formação de professores.** 2003. 307 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

GILLINGS, R. J. **Mathematics in the Time of the Pharaohs.** New York: Dover Publications Inc, 1972.

JOSEPH, G. G. **The Crest of The Peacock.** 2. ed. USA: Princeton University Press, 2000.

KATZ, V. J. **A history of mathematics: an introduction.** 2. ed. USA: Addison-Wesley Educational Publishers Inc, 1998.

MENDES, I.A.; FOSSA, J. A.; VALDÉS, J. E. N. **A História como um agente de cognição na Educação Matemática.** Porto Alegre: Sulina, 2006.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem.** São Paulo: Livraria da Física, 2009a.

\_\_\_\_\_. **Investigação histórica no ensino de matemática.** Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2009b.

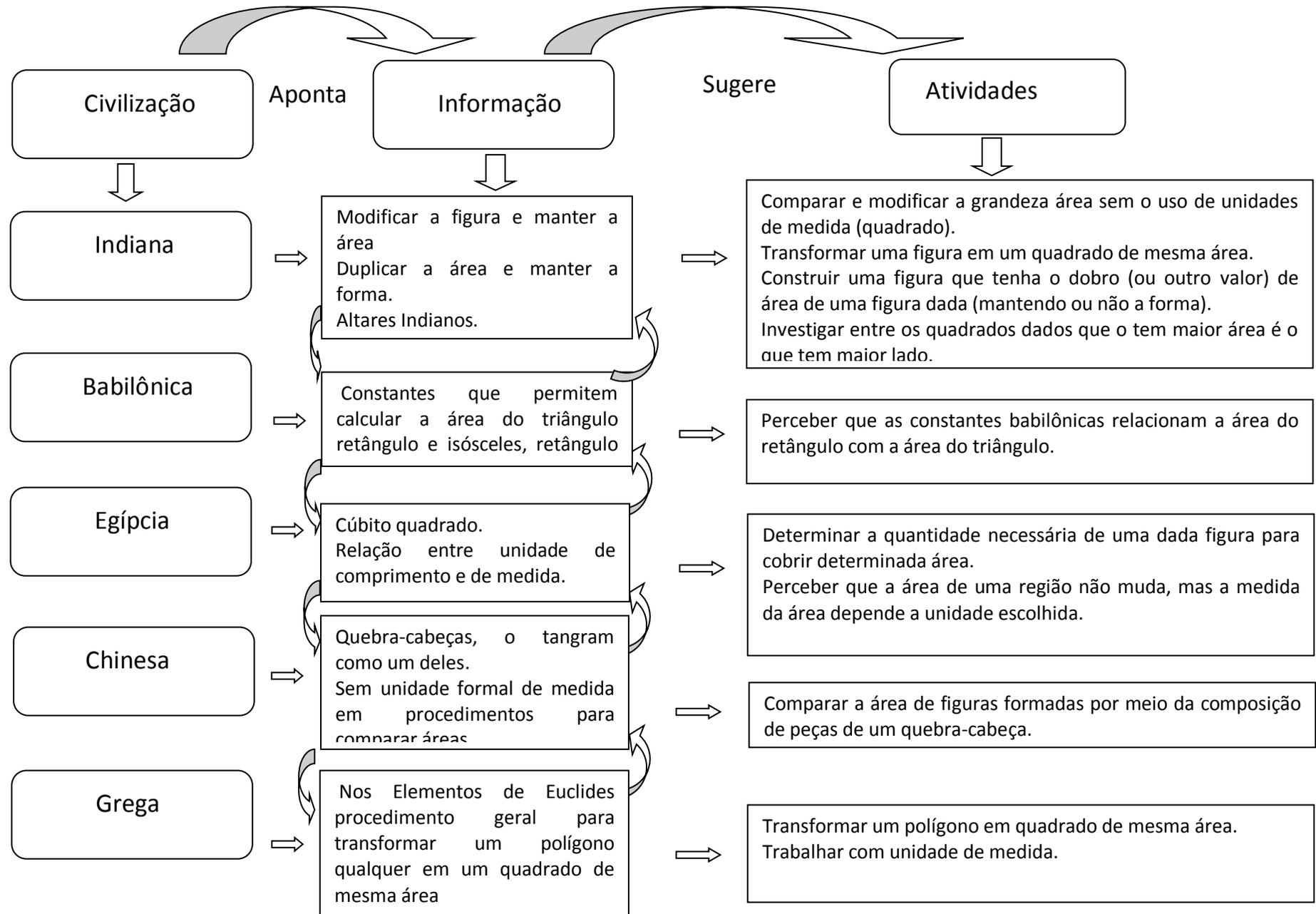
\_\_\_\_\_. *et al.* **História da matemática em atividades didáticas.** 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MIGUEL, A. As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. 73-105p. In: **ZETETIKÉ**, v.5, n. 8, jul/dez.1997.

MIGUEL, Antônio e MIORIM. **História na educação matemática: propostas e desafios.** Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

SILVA, I. **História dos pesos e medidas.** 2. ed. São Carlos: UFSCar, 2010.



APENDICE B: Quadro resumo da metodologia

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO INSTRUMENTO DIDÁTICO PARA APRENDIZAGEM DO CONCEITO DA GRANDEZA E DE MEDIDA DE ÁREA NO QUINTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL				
Tese: Mobilizar didaticamente a história da matemática na ação pedagógica pode proporcionar de forma significativa a construção do conceito da grandeza e de medida de área pelos alunos dos anos iniciais do Ensino fundamental				
Objetivo Geral: Analisar como a história da matemática pode contribuir para construção do conceito da grandeza e de medida de área pelos alunos do quinto ano do ensino fundamental e conseqüentemente sua sistematização				
ETAPAS	Análises Preliminares	Concepção e Análise "A Priori"	Aplicação da Sequência Didática	Análise "A Posteriori"
FORMA DE REGISTRO	Caderno de Campo	Caderno de Campo	Caderno de Campo Protocolos Escritos Gravação em áudio.	Caderno de Campo Protocolo de Pesquisa
PROCEDIMENTOS CENTRAIS	Análise do objeto de pesquisa Definição dos objetivos e questões da pesquisa	Estruturação da sequência definindo objetivos. Análise matemática e didática da sequência.	Observação direta. Conversas mediadas pelas produções dos alunos. Produção do protocolo de pesquisa.	Análise do protocolo de pesquisa. Relacionar as observações com os objetivos definidos a priori. <i>Feedback</i> aos alunos
PARTICIPANTES	Pesquisadora Professora da turma	Pesquisadora Professora da turma	Pesquisadora Professora da turma Aluno	Pesquisadora Professora da turma