

Estruturas Aditivas: uma análise das propostas de esquemas contidas em diferentes coleções de materiais didáticos para os anos iniciais

Mayara Maia Esteves¹

Maria Elisa Esteves Lopes Galvão²

GD 1 – Educação Matemática nos anos iniciais

Resumo

A motivação desse trabalho surgiu nos encontros do Observatório da Educação: “*Educação continuada de professores das séries iniciais do ensino fundamental e resultados de pesquisas em educação matemática: uma investigação sobre as transformações da prática docente*” do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNIBAN. Observamos a importância da utilização de diversos recursos para introduzir conceitos e abordar situações-problema nas séries iniciais, em especial no campo conceitual das estruturas aditivas. Descreveremos o estágio atual do estudo que tem por objetivo analisar as situações do campo conceitual aditivo, encontradas em quatro coleções de materiais didáticos. Vamos examiná-las de acordo com as categorias estabelecidas na Teoria dos Campos Conceituais, verificando a evolução da complexidade das tarefas ao longo das séries e levando em conta os PCN e os critérios do PNLD. Um levantamento dos recursos didáticos contidos nas coleções, por um instrumento para organização e classificação das atividades, forneceu subsídios para uma comparação entre as propostas de esquemas encontradas. O instrumento possibilitou uma análise quantitativa das atividades classificadas e de sua evolução ao longo dos anos iniciais. A análise qualitativa permitiu destacar as semelhanças e diferenças entre os esquemas propostos, suas abordagens e recursos didáticos.

Palavras-chave: Campo aditivo; Materiais didáticos; Esquemas.

Introdução

Ensinar conceitos matemáticos que envolvem as estruturas aditivas nos anos iniciais do Ensino Fundamental é um desafio para alguns professores dessa área, como pudemos vivenciar no contato com os professores participantes do projeto *Observatório de Educação*: “Educação continuada de professores das séries iniciais do ensino fundamental e resultados de pesquisas em educação matemática: uma investigação sobre as

¹ Universidade Bandeirante de São Paulo - UNIBAN (maia.esteves@bol.com.br)

² Universidade Bandeirante de São Paulo - UNIBAN (meelg@ig.com.br)

transformações da prática docente” junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN.

O primeiro módulo do projeto *Observatório da Educação* teve o foco na Teoria dos Campos Conceituais de Gerárd Vergnaud, mais especificamente, nas situações relacionadas ao Campo Conceitual Aditivo. Nesses encontros observamos a importância da mobilização de diversos recursos para introduzir os conceitos e abordar as situações-problema no trabalho com estudantes dos anos iniciais, em especial no que se refere às estruturas aditivas. Essa experiência motivou-nos para o desenvolvimento desta pesquisa que tem como objetivo principal:

Analisar as situações do campo conceitual aditivo, encontradas em quatro coleções de materiais didáticos.

A partir desse objetivo geral, delimitamos os seguintes objetivos específicos:

- Classificar as atividades do campo aditivo propostas nas quatro coleções de acordo com as categorias estabelecidas por Vergnaud e de acordo com os recursos didáticos oferecidos nos materiais selecionados.
- Identificar e comparar as propostas de situações e seus recursos didáticos contidos no conjunto de materiais didáticos utilizados nos anos iniciais.
- Analisar as coleções de acordo com critérios utilizados nas resenhas de avaliação dos materiais citados no Guia de Livros Didáticos PNLD.
- Analisar a evolução das situações e dos recursos ao longo das quatro coleções de materiais didáticos, observando a maneira como cada uma delas conduz a construção de esquemas pelo aluno ao longo dos anos.

Fixamos, em nossa investigação, as seguintes questões de pesquisa:

- I. Como podem ser classificadas as situações encontradas em quatro coleções de materiais didáticos, segundo a teoria dos campos conceituais?
- II. Quais os tipos de situações e recursos didáticos, propostos nas coleções selecionadas, favorecem a construção de esquemas pelo aluno ao longo dos anos?
- III. Quais as aproximações e distanciamentos entre as coleções de materiais didáticos escolhidas ?

Fundamentação teórica

Encontramos na Teoria dos Campos Conceituais, de Gerárd Vergnaud, nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997) e no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD de 2010) subsídios essenciais para a fundamentação do nosso trabalho.

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) é uma teoria cognitivista que propõe o estudo e análise do processo de aquisição do conhecimento e “visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas” (VERGNAUD, 1996, p. 155).

Conhecimento para Vergnaud (1996) é o saber fazer e o saber expresso pelo aluno, organizado em campos conceituais cujo domínio ocorre por meio da experiência, maturação e aprendizagem. A construção do conhecimento ocorre por meio de um grande número de situações e problemas em que os estudantes têm certa familiaridade. (MAGINA et al., 2008).

A TCC propõe a formação de um campo conceitual e não apenas de um conceito. Vergnaud (1996, p.167) define campo conceitual como, primeiramente, “um conjunto de situações”. Em outros trabalhos ele também designa campo conceitual como “um conjunto de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente relacionados” (MOREIRA, 2002, p. 09). Segundo Souza e Fávero (2002), citando Vergnaud (1983), o conceito de campo conceitual é decorrente de três argumentos:

1. um conceito não se forma dentro de um único tipo de situações;
2. uma situação não se analisa com um único conceito;
3. a construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou de todos os aspectos de uma situação é um processo de muito fôlego que se desenrola ao longo dos anos, às vezes uma dezena de anos, com analogias e mal-entendidos entre situações, entre concepções, entre procedimentos, entre significantes (p. 57).

A formação do conhecimento dos estudantes se deve às situações em que eles se defrontam e dominam. Segundo Vergnaud (1996) temos duas ideias principais de situação:

- 1 – a ideia de variedade: existe uma grande variedade de situações num dado campo conceitual, e as variáveis de situação são um meio de gerar de forma sistemática o conjunto das classes possíveis;
- 2 – a ideia de história: os conhecimentos dos alunos são formados pelas situações com que eles depararam e que progressivamente dominaram, nomeadamente, pelas primeiras situações susceptíveis de dar sentido aos conceitos e aos procedimentos que se pretende ensinar-lhes (VERGNAUD, 1996, p. 171).

São as situações, presentes num determinado campo conceitual, que dão sentido aos conceitos. A descoberta de novos conceitos, pelas crianças, é fruto do contato com situações diversificadas.

Em uma abordagem didática e psicológica temos que o conceito é considerado um conjunto de invariantes que os estudantes utilizam na ação ou também como uma terna de três conjuntos $C = (S, I, s)$, em que:

S: conjunto das situações que são sentido ao conceito (a referência);

I: conjunto das invariantes nas quais assenta a operacionalidade dos esquemas (o significado);

s: conjunto das formas pertencentes e não pertencentes à linguagem que permitem representar simbolicamente o conceito, as suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (o significante) (VERGNAUD, 1996, p. 166).

Em cada situação está presente uma gama de conceitos e é importante que o professor proponha ao aluno diversas situações a serem resolvidas, pois, com isso, é possível que ele reconheça e manipule os invariantes operatórios e faça uso das representações simbólicas. Dessa forma, o contato com uma variedade de situações permite que o aluno dê sentido aos conhecimentos matemáticos que surgem de situações com distintos significados (ARRAIS, 2006).

Segundo Vergnaud, um esquema é “a organização invariante da conduta para uma dada classe de situações” (VERGNAUD, 1996, p. 157), ou seja, o modo como o sujeito organiza os invariantes de sua ação. Os esquemas se referem às situações e, essas situações se distinguem em duas classes: uma classe de situações em que o sujeito já dispõe das competências necessárias para o tratamento imediato da situação no qual a sua conduta está organizada em torno de um único esquema, que passa a se tornar automatizado. Na outra classe de situações o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias para o tratamento imediato da situação então se observa o desencadeamento de vários esquemas em que os alunos acabam por acomodá-los, descombiná-los e recombina-los.

O funcionamento cognitivo dos sujeitos, em situação, repousa sobre seus repertórios de esquemas disponíveis, anteriormente formados. Quando um esquema é ineficaz em uma determinada situação, os estudantes alteram o esquema anterior ou mesmo modificam seus esquemas iniciais de modo a se adaptarem à determinada situação.

Os invariantes operatórios são os conhecimentos contidos nos esquemas que também são conhecidos por “conceito-em-ação” e “teorema-em-ação”. “Um teorema-em-ação é uma proposição que pode ser verdadeira ou falsa. Um conceito-em-ação é um objeto, um predicado, ou uma categoria de pensamento tida com pertinente, relevante.” (VERGNAUD, 1998 apud SANTANA, 2010, p. 36). Um teorema-em-ação e um conceito-em-ação não são na verdade teoremas e conceitos propriamente ditos, pois são implícitos.

O Campo Conceitual das estruturas aditivas constitui o conjunto das situações cujo tratamento utiliza uma ou várias adições ou subtrações acrescido do conjunto dos conceitos e teoremas que permitem uma análise dessas situações como tarefas matemáticas. Vergnaud (1982, 1996, 2009) identifica seis categorias, também chamadas de relações de base, a partir das quais é possível classificar todos os problemas de adição e subtração: 1. Composição; 2. Transformação; 3. Comparação; 4. Composição de duas transformações; 5. Transformação de uma relação e 6. Composição de duas relações.

Composição: juntar partes para se obter o todo ou subtrair uma parte do todo para se obter a outra parte;

Transformação: as situações são caracterizadas por um estado inicial que sofrem uma transformação (com perda ou ganho) e resultam no estado final;

Comparação: situações que envolvem a comparação de duas quantidades, uma denominada de referente e a outra de referido com base em uma relação positiva ou negativa dessas duas medidas;

Composição de duas transformações: problemas referentes às situações em que são dadas duas transformações e, por meio de uma composição dessas duas, se determina a terceira transformação.

As outras duas categorias (5 e 6), segundo Magina et al. (2008), também são consideradas de problemas mistos, que são combinações de problemas das classes anteriores.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais enfatizam o importante papel da matemática no processo educacional dos alunos do ensino fundamental. Destacamos do documento a menção ao importante papel dos recursos didáticos como jogos, calculadoras, livros, materiais concretos, entre outros que são imprescindíveis neste processo de ensino e aprendizagem, principalmente quando estão correlacionados a situações que levam o aluno a análises e reflexões e conseqüentemente no desenvolvimento da capacidade de pensamento crítico, do pensamento lógico, da intuição e da criatividade.

Outro ponto importante que destacamos do documento se refere ao procedimento da resolução de problemas e ao cálculo mental

- Resolver situações-problema e construir, a partir delas, os significados das operações fundamentais, buscando reconhecer que uma mesma operação está relacionada a problemas diferentes e um mesmo problema pode ser resolvido pelo uso de diferentes operações.
- Desenvolver procedimentos de cálculo — mental, escrito, exato, aproximado — pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados (BRASIL, 1997b, 47).

Encontramos a presença de definições que se assemelham aos princípios da Teoria dos Campos Conceituais como a construção de um *campo conceitual* e não apenas de um *conceito* quando o aluno se depara com um problema, ou seja, com uma situação.

Segundo as informações do FNDE - Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (site), o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é o programa mais antigo voltado à distribuição de livros didáticos para os alunos da rede pública de ensino do Brasil. Ao longo dos anos o programa foi sendo modificado, aperfeiçoado com diferentes nomes e formas de execução. De acordo com Oliveira Filho (2009) os critérios eliminatórios e classificatórios dos livros inscritos no programa decorrem de diversas discussões, eventos e seminários a cerca do assunto desde a década de 90. Em relação aos materiais selecionados para este estudo, duas das coleções foram aprovadas pelo PNLD de 2010 e para as outras coleções, que não foram submetidas a essa avaliação, selecionamos alguns desses critérios retirados do Guia de Livros Didáticos PNLD 2010 para uma análise parcial de modo a atender os interesses da nossa pesquisa.

Metodologia

Subdividimos as situações encontradas nos materiais das coleções em: problemas, situações-problema e demais atividades. Estamos considerando *problemas*, seguindo a definição dos Parâmetros Curriculares Nacionais, como “uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la” (BRASIL 1997b, p. 33). Definimos *situação-problema* como um tipo de problema mais detalhado, com situações bem contextualizadas e, na maioria das vezes, demanda a resolução de mais de um problema na mesma situação. As *demais atividades* são as outras situações do campo aditivo que não são *problemas* nem *situações-problema*.

Nosso estudo se refere a uma análise documental cujas fontes primárias³ são as coleções de materiais didáticos de Matemática para os anos iniciais do ensino fundamental selecionados. A nossa proposta de trabalho vale-se de técnicas semelhantes às fases de desenvolvimento da *análise de conteúdo* que, de acordo com Bardin (1988) consiste em “um conjunto de técnicas de análise das comunicações, que utiliza procedimentos

³ é um termo genérico que se refere a qualquer material (escrito, visual, etc) que possa servir como objeto de estudo (livros consultados para algo estudado costumam ser chamados de fontes secundárias, que envolvem generalizações, análises, sínteses, interpretações ou avaliações da interpretação original) (OLIVEIRA FILHO, 2009, p. 73).

sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens” (p. 38). Existem três fases para desenvolvimento da análise de conteúdo

As diferentes fases da análise de conteúdo, tal como o inquérito sociológico ou a experimentação, organizam-se em torno de três pólos cronológicos:

- 1) a pré-análise;
- 2) a exploração do material;
- 3) o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação. (BARDIN, 1988, p. 95)

Os objetos de nosso estudo são quatro coleções de materiais didáticos voltados aos anos iniciais do Ensino Fundamental, do segundo ao quinto anos que foram selecionadas com o objetivo de abranger materiais que são utilizados em diferentes sistemas de ensino, a saber:

- Duas coleções de livros didáticos indicados no Guia de Livros Didáticos PNLD 2009 – Alfabetização Matemática e Matemática, que chamaremos de COLEÇÃO 1 e COLEÇÃO 2;
- Uma coleção de material didático de um sistema de ensino privado que chamaremos de COLEÇÃO 3;
- Uma coleção de material didático de um sistema de ensino público que chamaremos de COLEÇÃO 4.

Foram elaboradas fichas para organização e classificação das situações do campo aditivo encontradas nas coleções de acordo com as categorias estabelecidas por Vergnaud (1982) e, de acordo com os recursos didáticos propostos para estas situações. Com os dados colhidos pelos instrumentos realizamos os seguintes procedimentos:

- Detalhamos as coleções, uma a uma, observando as semelhanças, diferenças e a evolução das situações e seus recursos didáticos propostos ao longo dos quatro anos (2º ao 5º) que compõe as coleções;
- Destacamos trechos das avaliações nas resenhas do Guia de Livros Didáticos PNLD 2010 sobre as duas coleções avaliadas *COLEÇÃO 1* e *COLEÇÃO 2* levando em conta os interesses da pesquisa; sobre as outras duas coleções, que não passaram por essa avaliação, elaboramos uma breve análise de acordo com alguns critérios adotados nas avaliações do Guia de Livros Didáticos PNLD 2010;
- Realizamos um estudo comparativo entre as quatro coleções buscando analisar a evolução das situações e seus recursos didáticos observando a maneira como conduzem a construção de esquemas pelo aluno ao longo dos anos.

Análise dos dados

Explicitaremos aqui uma breve análise dos dados de uma das quatro coleções selecionadas para nossa pesquisa, as outras coleções seguirão esse mesmo padrão de análise. A classificação será feita com base nas três categorias básicas do campo conceitual aditivo: *composição*, *transformação* e *comparação* e na quarta categoria *combinação de duas transformações* que é uma combinação das categorias básicas. Sobre as demais categorias estabelecidas por Vergnaud (1982), ressaltamos que esses problemas “vão além das quatro séries iniciais do ensino fundamental. De fato, são problemas que, devido a sua complexidade, devem ser trabalhados nos quatro anos finais do ensino fundamental” (MAGINA et al, 2008, p.50).

COLEÇÃO 1

Temos abaixo, na Figura 2, a classificação geral das situações do campo aditivo, do segundo ao quinto anos da Coleção 1.

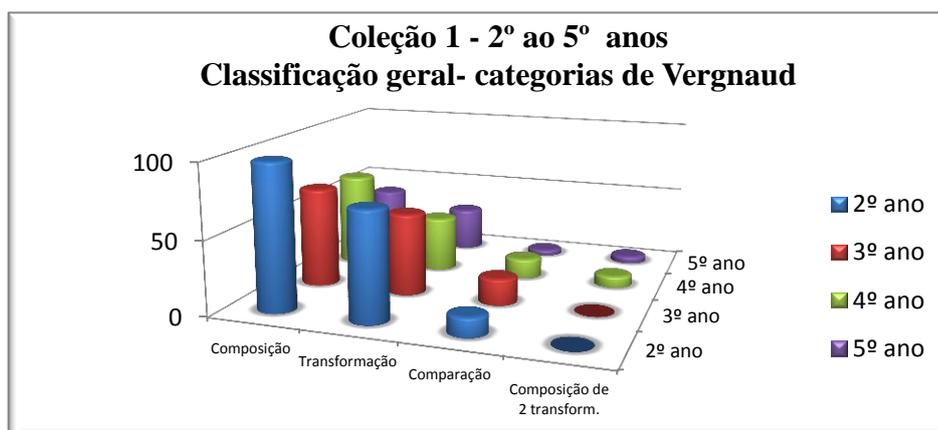


Figura 2: Classificação geral, segundo as categorias de Vergnaud (1982), do 2º ao 5º ano

Na classificação geral das situações do campo aditivo, do segundo ao quinto anos, temos uma redução na quantidade destas situações. Essa redução se deve ao fato da introdução ao campo multiplicativo e conseqüentemente a diminuição das situações do campo aditivo, lembrando que estas não são totalmente escassas. Assim a coleção vem de encontro aos ideais da Teoria dos Campos Conceituais no sentido de que

a construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou de todos os aspectos de uma situação é um processo de muito fôlego que se desenrola ao longo dos anos, às vezes uma dezena de anos, com analogias e mal-entendidos entre situações, entre concepções, entre procedimentos, entre significantes. (SOUZA E FÁVERO, 2002, p. 57)

A Figura 3 nos permite observar, nos materiais do segundo ao quinto anos desta coleção, a mesma classificação que segue de acordo com as categorias de Vergnaud, mas sob outro ponto de vista. Temos as situações subdivididas em: problemas, situações-problema e demais atividades.

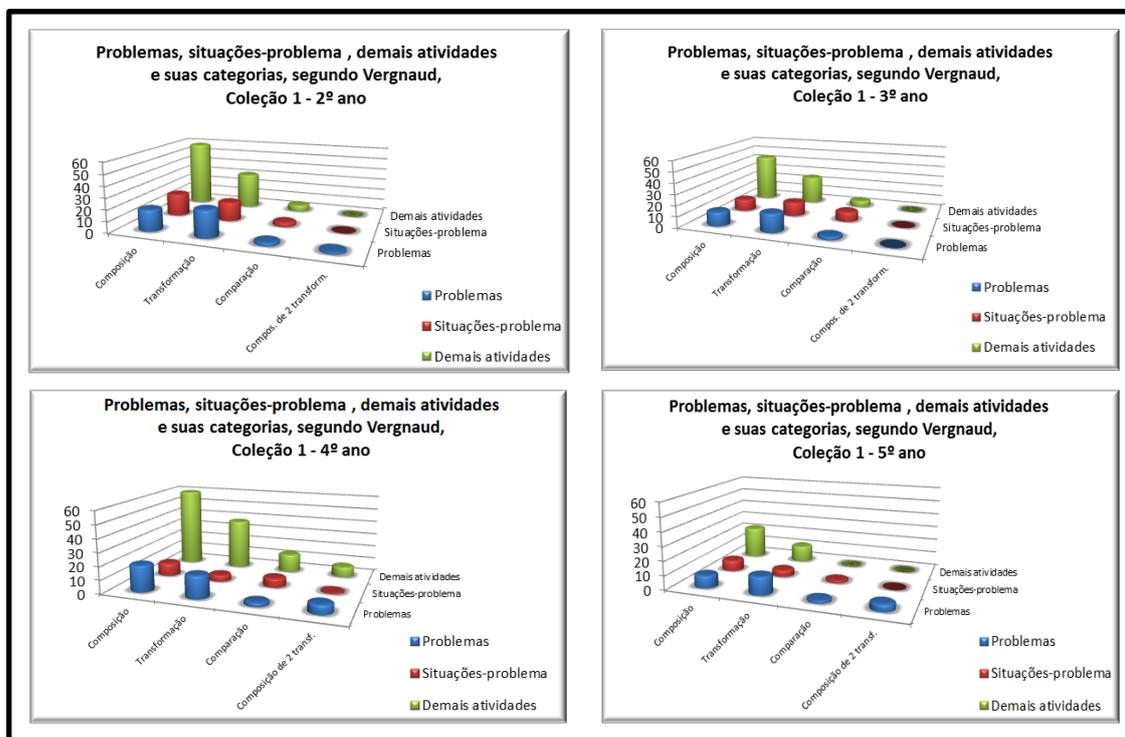


Figura 3: Classificação dos problemas, situações-problema e demais atividades do 2º ao 5º anos

No segundo ano há uma predominância da categoria *composição*, que é considerada menos complexa em relação às outras, pois de acordo com Arrais (2006) citando Vergnaud (1994), é composta de um raciocínio que pode ser considerado intuitivo, que é construído pelos alunos baseado em experiências cotidianas, as quais a maioria dos estudantes não tem dificuldade para resolver. Assim, de acordo com a Teoria dos Campos Conceituais, a partir de situações e problemas em que os alunos têm certa familiaridade é possível à construção do conhecimento. (VERGNAUD, 1996).

Quando ocorre a diminuição da categoria *composição* concomitantemente ao aumento das categorias *comparação* e *composição de duas transformações*, que apresentam maior grau de complexidade, percebemos que a coleção contempla situações referentes às duas classes encontradas na TCC. A categoria *composição*, neste caso, se enquadra na classe de situações em que a conduta do aluno se organiza em torno de um único esquema, pois já dispõe das competências necessárias. As situações de *comparação*

representam a outra classe de situações em que o aluno precisa desencadear vários esquemas, acomodá-los, descombiná-los e recombiná-los para que possam se adaptar à situação. Mas o aumento na quantidade de situações das categorias *comparação* e *composição de duas transformações* é pouco significativo, assim os alunos utilizam seus invariantes operatórios, ou seja, os teoremas e conceitos-em-ação para tratar de situações que já são familiares a eles. Dessa forma não há grande estímulo à construção de novos esquemas, pois os anteriormente formados já são suficientes para lidar com as situações propostas. Por essa razão a segunda classe de situações estabelecida na Teoria dos Campos Conceituais, que são aquelas na qual os alunos precisam construir novos esquemas ou adaptar os já existentes, não é trabalhada significativamente na conceituação das estruturas aditivas desta coleção.

Quanto aos recursos didáticos propostos nos quatro materiais da Coleção 1, a tabela abaixo ilustra as quantificações.

Tabela 5 Recursos didáticos - 2º ao 5º anos

Coleção 1					
Recursos didáticos	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	Totais
Apenas enunciado	88	74	66	44	272
Figura	80	47	34	18	179
Calculadora	1	3	9	2	15
Cálculo mental	12	12	15	14	53
Material concreto	0	4	0	1	5
Jogo	1	0	0	0	1
Criação de problemas	4	2	0	0	6
Totais	186	142	124	79	531

De maneira geral há supremacia dos problemas, situações-problema e demais atividades que utilizam apenas o enunciado dos exercícios como recurso didático. A utilização de figuras como recurso também é bastante valorizada, enriquecem a leitura e compreensão das atividades e textos e colaboram para a familiarização do aluno com os elementos do exercício.

O destaque desta coleção é a valorização das situações com estímulo ao procedimento do cálculo mental que é, segundo os PCN (1997), um recurso fundamental para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da memória e, dentre outros aspectos, como suporte para o cálculo escrito, sendo necessária sua introdução desde os anos iniciais do ensino fundamental. Por outro lado os jogos não são devidamente valorizados e, para os PCN

(1997), esse recurso apresenta aspectos positivos, quando utilizados no estudo dos conceitos matemáticos, como: favorece a percepção de regularidades, é um objeto sociocultural, gera interesse e prazer, capacita os alunos a se submeterem a regras.

As situações que utilizam materiais concretos e que estimulam a formulação de problemas pelo aluno também são pouco valorizadas pela coleção.

A continuidade da análise nos dará uma comparação entre as várias coleções e da importância da mobilização dos recursos contidos, em cada uma, para introduzir os conceitos e abordar as situações-problema no trabalho com estudantes dos anos iniciais, em especial no que se refere ao às estruturas aditivas.

Referências

ARRAIS, U. B. **Expressões Aritméticas: Crenças, Concepções e Competências no entendimento do professor polivalente**. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC/SP. São Paulo, p. 178. 2006.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa, Portugal: Edições 70, 1988.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997a.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática**, v.3. Brasília: MEC/SEF, 1997b.

BRASIL. Fundação Nacional de Desenvolvimento da Educação. **Programas de livros didáticos: histórico**. Disponível em: <<http://www.fnde.gov.br/index.php/pnld-historico>>. Acesso em 27 de julho de 2012.

BRASIL. Ministério da Educação/Secretaria de Educação Fundamental. **Guia Nacional do Livro Didático de Matemática (1º a 4º série) – PNLD 2009**. Secretaria de Ensino Fundamental, Brasília, 2009.

MAGINA, S. et al. **Repensando adição e subtração: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais**. 3ª ed.- São Paulo, Brasil: PROEM, 2008.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciência e a pesquisa nesta área. **Investigação em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, RS, v. 7, p. 7-29, 2002.

OLIVEIRA FILHO , N. G. **Problemas de estruturas aditivas e multiplicativas propostos em livros didáticos de matemática: o impacto do programa nacional do livro didático**. Universidade Federal de Pernambuco. Recife, p. 154. 2009.

SANTANA, E. R. D. S. **Estruturas Aditivas: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC/SP. São Paulo, p. 344. 2010.

SOUZA, C. M. S. G; FÁVERO, M. H. **Análise de uma situação de resolução de problemas de física, em situação de interlocução entre um especialista e um novato, à luz da teoria dos campos conceituais de Vergnaud.** Investigações em Ensino de Ciências, Porto Alegre, RS, V7(1), p. 55-75, 2002.

VERGNAUD, G. **A classification of Cognitive Tasks and Operation of Thought Involved in Addition and Subtraction Problems.** In: Addition and Subtraction: a cognitive Perspective, p. 39 – 59. New Jersey: Lawrence Erlbaum, 1982.

VERGNAUD, G. **A Teoria dos Campos Conceituais.** In: BRUN, J. (Ed.). Didáctica das Matemáticas, p. 155 – 191. Lisboa: Portugal: Instituto Piaget, 1996.

VERGNAUD, G. *A criança, a matemática e a realidade.* Curitiba, SP: UFRP, 2009.