

Um Olhar para os Números Inteiros Relativos com Vistas ao Ensino Fundamental I

João dos Santos¹

GD1 – Educação Matemática nos Anos Iniciais

Resumo

Esse trabalho apresenta uma pesquisa de mestrado em desenvolvimento que se fundamenta nas questões: “Em que medida uma sequência didática proposta pode auxiliar alunos de 8 a 10 anos de idade, na compreensão dos números relativos? As intervenções sobre números relativos, realizadas com um grupo de alunos, farão diferença no desempenho desses, quando comparado com um grupo de alunos que não participou das sessões de estudo”? Considerando estas questões, buscamos investigar o desenvolvimento do conhecimento matemático por alunos do 4º ano do Ensino Fundamental I acerca dos Números Inteiros Relativos, a partir da aplicação de pré e pós-testes e três estudos de intervenção. Com as análises dos dados coletados, esperamos responder os questionamentos, e ainda indicar, a possibilidade de se inserir no programa de ensino do 4º ano do Ensino Fundamental I, o estudo sobre os Números Inteiros Relativos.

Palavras-chave: Números Relativos. Ensino Fundamental I.

1- INTRODUÇÃO

O curso de Pós Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirante de São Paulo desenvolve o Projeto Observatório da Educação intitulado “Educação Continuada de Professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio: Constituição de um Núcleo de Estudo e Investigação de Processos Formativos”, com financiamento da CAPES² e dentro do qual este trabalho se desenvolve.

Participaram desse Observatório da Educação 23 professores do Ensino Fundamental I, que lecionam na Rede Pública Estadual de Ensino de São Paulo. O trabalho de formação de professores nesse projeto é conduzido por Professores Doutores da

¹ Mestrando do Programa de Pós Graduação em Educação Matemática/UNIBAN-SP, bolsista da CAPES. joaosantos@professor.sp.gov.br

²CAPES: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

Universidade Bandeirante de São Paulo, com participação de oito alunos do curso de Mestrado e dois alunos do Doutorado dessa Universidade. Nessa formação, interagíamos com os professores participantes nas sessões de estudo que aconteciam quinzenalmente.

Ao participar do Observatório, tivemos contato com o projeto “Children’s Understanding of Probability and Risk”, desenvolvido no Departamento de Educação da Universidade de Oxford (Inglaterra). Após análise do programa proposto nesse projeto, decidimos utilizar parte do material desenvolvido para aquele projeto visto que, dentre os conteúdos nele desenvolvidos, havia conjuntos de atividades que versavam sobre Resolução de Problemas com Números Inteiros Relativos, que vinham ao encontro do nosso objetivo, e que passaram a ser nossos instrumentos de coleta de dados.

Participaram do nosso estudo 87 estudantes de três turmas de 4º Ano do Ensino Fundamental I de uma Escola Pública Estadual de São Paulo, divididos aleatoriamente em cada turma, por três grupos: o grupo controle (que só fez os pré e pós-testes), o grupo resolução de problemas (em que foram feitas intervenções de ensino sobre aspectos relacionados a números negativos, relações, quantidades e relações inversas) e o grupo aleatoriedade³ (com intervenções de ensino sobre probabilidade e risco).

Considerando o objetivo de nossa pesquisa, centramos nossa atenção nas atividades e nos conhecimentos relacionados aos Números Inteiros Relativos, bem como nas causas das dificuldades de aprendizado desses números, apontadas na literatura, quanto à compreensão e uso desse tipo de números.

Procuramos analisar, por meio das atividades propostas neste projeto, a maneira de compreensão, pelos alunos, do conceito de número relativo, observando como os alunos das três turmas que participaram da pesquisa raciocinavam ao executar as operações com números negativos, ao comparar números inteiros e as justificativas que davam para as operações efetuadas.

2- REVISÃO DE LITERATURA

Observamos que, alguns temas da Matemática, permitem que sejam feitas inter-relações a fim de dar significado a situações e contextos do cotidiano das pessoas e do universo escolar. Os números negativos são bons exemplos dessa contribuição quando favorecem a compreensão de alunos sobre informações de mudanças climáticas ou

³ O Grupo Aleatoriedade não foi analisado nesse projeto de pesquisa.

transações financeiras, veiculadas nos noticiários, bem como, significados delas nas operações aritméticas básicas.

Diferente dos Números Naturais, cujos conhecimentos são mais perceptíveis às situações práticas na vida das pessoas, a compreensão e o uso de Números Inteiros, foram permeados por muita resistência ao longo dos anos, e se deram de forma muito vagarosa, o que denota a existência de possíveis entraves à sua aceitação, cujos motivos analisados à luz da história apontam que:

(...) 'negativo' tem o significado de negação; isto quer dizer que se trata de 'não-números', e esta expressão é a mais adequada para mostrar as dificuldades que se opunham ao espírito humano na conquista de novos domínios no reino dos números (KARLSON, 1961, p. 42).

Todavia, não era possível explicar algumas situações do cotidiano com os números até então conhecidos. Fazia-se necessário, então, utilizar-se de representações que dessem conta de explicitar o que os sentidos percebiam e as mãos não conseguiam tocar.

Assis Neto (1995) nota certa semelhança entre as dificuldades apontadas pela história e as dificuldades que as crianças têm em compreender a existência de quantidades menores que zero.

(...) uma das dificuldades que os alunos encontram no aprendizado do conceito de número negativo guarda um paralelo muito forte com uma dificuldade encontrada pelos matemáticos no desenvolvimento histórico do conceito. Trata-se da dificuldade de entender o negativo no quadro de uma concepção substancial de número. Por essa concepção, que predominou até certo período do século XIX, o número era entendido como uma 'coisa', como grandeza, como objeto datado de substância. É claro que dentro dessa concepção fica difícil entender o número negativo. 'Um número negativo é menor que zero', torna-se problemático. Isso porque se número é quantidade, a identificação do número zero como ausência de quantidade ou como expressão nada é natural. E como conceber algo menor que nada? (p. 6).

Glaeser (*apud* Teixeira, 1992, p.49) se refere às dificuldades como obstáculos, e aponta seis obstáculos que dificultam a compreensão dos números inteiros relativos:

- 1) Inaptidão para manipular quantidades isoladas;
- 2) Dificuldades em dar um sentido a quantidades negativas isoladas;
- 3) Dificuldades em unificar a reta numérica manifesta pela diferenciação qualitativa entre quantidades positivas e negativas, pela concepção da reta como mera justaposição de duas semirretas opostas;
- 4) A ambiguidade dos dois zeros: zero absoluto e zero como origem;
- 5) Dificuldade de afastar-se de um sentido "conceito" atribuído aos seres numéricos: fixação no estágio das operações concretas por oposição ao formal;
- 6) Desejo de um modelo unificador: utilização de um modelo aditivo para o campo multiplicativo, ao qual não se aplica.

Estes obstáculos estão ligados às operações quando se leva em conta a necessidade do uso de regras para organizar o desenvolvimento delas. Observa-se que na adição e na subtração as dificuldades surgem devido à não compreensão e utilização correta das regras de sinais presentes nessas operações. Também, a falta de compreensão dos conceitos de

multiplicação e divisão, e a execução incorreta dos procedimentos nas resoluções de expressões numéricas e suas respectivas sequências de operações.

Nascimento (2002) relatou que, ao trabalhar o conceito de número negativo na 6ª série, atual 7º ano do Ensino Fundamental II, os professores observavam que muitos alunos não conseguiam realizar as operações de adição e de subtração porque tinham dificuldades em:

- Admitir, a partir de agora, algo menor que zero.
- Aceitar a representação (-4) visto que sua ideia de número positivo está conectada a cardinalidade de: Como pode existir -4 bolas?
- Realizar operações do tipo $3 - 5 =$ (se, até então, de três não se podem tirar cinco).
- Identificar, na ordenação dos números negativos (-2 como maior que -5). Se aparentemente a representação simbólica do valor cinco sempre lhe foi indicada como maior que a representação simbólica do valor dois.
- Realizar operações do tipo: $2 - (-5) =$ e $-3 - (-7) =$ onde o sinal de “-” é apresentado com dois significados (subtração e indicação de número negativo).
- Identificar o valor zero não como ausência, mas, como resultado da operação de dois valores opostos ou como um valor que representa a separação numérica dos positivos e dos negativos representados na reta. (p. 29).

Nunes (apud Borba, 2002, p.40) testou a hipótese de que alguns dos erros das crianças ao trabalhar com números negativos não resultavam da falta de compreensão das operações com números positivos e negativos, mas sim das alterações no sentido da adição e sinais de menos quando esses são usados para indicar operações sobre números naturais.

3- INSTRUMENTOS

A coleta de dados se deu por meio de um pré-teste, três pós-testes e três intervenções. Ao final de cada intervenção, foi aplicado um pós-teste. O pré-teste, as duas primeiras intervenções e os pós-testes 1 e 2, aconteceram quando os alunos estavam no 4º ano do ensino fundamental I, enquanto a terceira intervenção e o pós-teste 3 foram aplicados quando esses mesmos alunos já estavam no 5º ano. Como na terceira intervenção foi tratada a resolução de problemas sem o uso de números inteiros, vamos analisar, para esta pesquisa, somente as duas primeiras intervenções. O terceiro pós-teste servirá como pós-teste posterior ao trabalho.

Em todos os instrumentos da coleta de dados, os alunos recebiam impresso em folha sulfite, no formato de livreto, parte das questões a serem trabalhadas. A outra parte da questão, e que completava o enunciado, era projetada por meio de mídia audiovisual pelos pesquisadores.

Cada bloco de intervenção foi composto por cinco sessões e previa-se trabalhar uma sessão por semana.

Cabe ressaltar que, os protocolos de pesquisa apresentados nesse trabalho, foram traduzidos do Projeto “Children’s understanding of probability and risk”.

3.1- O Pré-teste

A finalidade deste teste inicial foi detectar o nível de conhecimento dos alunos sobre os assuntos versados nas questões.

Esse teste foi composto por 25 questões, das quais duas envolveram noções de proporcionalidade em contexto monetário e cinco, a composição entre resultados de jogos, sendo duas delas para se calcular o resultado no primeiro jogo a partir dos outros jogos. As outras 18 questões envolveram noções de sequências, combinações e probabilidade. Cada turma teve aproximadamente setenta minutos para responder as 25 questões propostas.

3.2- As Intervenções

As duas primeiras intervenções foram realizadas quando os alunos estavam no 4º ano do ensino Fundamental I, e a terceira intervenção, com os mesmos alunos, quando já cursavam o 5º ano.

As intervenções foram realizadas em grupos de oito alunos de cada turma, e trabalhadas em três blocos, um para cada turma. Esses alunos eram divididos em quatro duplas, e solicitávamos que eles escrevessem, a princípio, suas respostas, em seguida, discutissem com seu parceiro e tentassem chegar a uma resposta conjunta. Finalmente, as respostas eram discutidas com as outras duplas do grupo.

Analisaremos nesse trabalho, as duas intervenções citadas, visto que a terceira intervenção tem como foco a resolução de problemas sem o uso de números inteiros relativos, não sendo, portanto, objeto da presente pesquisa.

3.2.1- Intervenção 1

Resumo dos Tipos de Atividades propostas nesse bloco de intervenção.

Sessão	Atividade	Significado	Objetivo
1	Problemas Diretos	Quantidades	Composição de quantidades para determinar a situação final
2	Problemas	Relação	Compreender os Números Inteiros Relativos como medida

3	Jogo do Gremlin	Inversão	Compreender a Relação Inversa
	Jogo de Dados	Aritmética	Compreender a soma de Números Inteiros Relativos
4	Problemas	Relação entre mais e menos	Compreender os Números Inteiros Relativos como medida
5	Jogo Soletrando com números	Formar sentença com N° Inteiros Relativos	Compreender o conceito de Números Inteiros Relativos

Quadro 1 – Tipos de Atividades da Intervenção 1.

3.2.2- Intervenção 2

Na segunda intervenção, utilizamos o jogo “Detetive” e o jogo “Fuja”, com o objetivo de identificar se o aluno compreende a relação inversa (situação inicial desconhecida) dos problemas e a relação entre quantidades e número. Foi também retomado o jogo de dados do Gremlin com algumas duplas, para compreensão dos cálculos envolvidos nesse jogo.

3.3- Os Pós-testes

O primeiro pós-teste, foi aplicado simultaneamente em duas turmas no primeiro horário e na terceira turma após o intervalo. A aplicação se deu nos moldes do pré-teste, com a projeção dos slides na tela, e leitura das orientações a cada teste, pelos pesquisadores, acompanhados pelas professoras orientadoras.

Dos 28 testes propostos, oito eram de assuntos tratados no grupo resolução de problemas; desses, cinco se referiam ao jogo do “fliperama” que trabalhavam as quantidades e relações; outros dois testes eram sobre quantidades e um teste sobre a relação entre mais e menos em quatro situações de trocas de dinheiro.

O Pós-teste 2 foi aplicado no mesmo formato dos testes anteriores, composto por 21 questões, destas seis relativas aos assuntos tratados no grupo resolução de problemas com foco no conceito dos números negativos, sendo três do jogo fliperama, uma sobre quantidades e duas da relação entre mais e menos.

Quanto ao Pós-teste 3, último teste do projeto, foram privilegiados os significados dos números negativos trabalhados no grupo resolução de problemas, de forma que, dos 34 itens aplicados, 14 foram de assuntos relacionados aos Números Inteiros Relativos. Desses, quatro itens foram relativos ao jogo fliperama e três tratavam das Relações entre mais e menos no contexto de acerto monetário. No significado de Quantidade, três questões de cálculo dos números que substituem as letras, três no significado de relação das questões que versaram entre mais e menos, e quatro questões de multiplicativos para o cálculo de proporções.

4- TRIANGULAÇÃO DOS DADOS

No pré-teste, observamos que as questões propostas para se calcular a situação inicial do problema e as de composição de resultados foram as que os alunos tiveram maior dificuldade para chegarem às respostas. A necessidade de articular todas as informações para se chegar ao resultado acarretou dificuldades para a compreensão do que fazer, e, conseqüentemente, o baixo índice de acertos.

No desenvolvimento da Intervenção 1, mais especificamente, na sessão 1, alguns alunos contavam nos dedos para, em seguida, anotar no livreto de questões o resultado encontrado. À medida que os problemas começaram a apresentar perdas maiores do que ganhos, surgiram expressões do tipo “*como eu tenho 4 e tiro 6?*”, “*então ficou com zero bolinhas*”, “*ficou com nada*”. De fato, percebemos que a tradução que fizemos do texto original em inglês para as perguntas dos problemas levavam a essa conclusão, pois perguntávamos com quantas bolinhas ficaria o jogador no final do jogo. Passamos a perguntar qual o resultado final para o jogo, e se nele o jogador havia perdido ou ganhado bolinhas e quantas. Dessa forma, outras expressões surgiram, “*Ah! Então ficou devendo*”, “*Perde mais do que ganha*”.

Verificamos, neste primeiro contato com a noção de número negativo, o uso ainda que tímido do sinal de menos antes do número para representar a dívida de algumas bolinhas. Contudo, não era possível afirmar que haviam compreendido o conceito.

Na sessão 2 (intervenção 1), observamos que os problemas ditos diretos, em que se quer determinar a situação final, foram mais rapidamente resolvidos pela maioria dos alunos, possivelmente por serem mais trabalhados em sala de aula; ao passo que nos problemas inversos, em que se buscava determinar a quantidade inicial da situação

problema, os alunos apresentaram maior dificuldade para entender a composição das quantidades da transformação com a da situação final, para a solução do problema.

Nos primeiros jogos da Sessão 3, não observamos dificuldades quanto aos registros das pontuações, a dificuldade estava em como agrupá-las. Faziam, por vezes, o raciocínio correto, mas erravam nas contas, os sinais os confundiam, outros não conseguiam fazer as contas incluindo a pontuação final.

Observamos, nessa sequência de atividades, que os problemas com três jogadas, as pontuações inicial e final e a complexidade intrínseca aos sinais dos números e das operações exigiam mobilização de muitas novas informações, e isso se caracterizou como um complicador. Imaginamos que se proposto inicialmente o jogo com uma jogada apenas, em seguida com duas e finalmente com três jogadas, essa estratégia poderia facilitar a compreensão dos alunos, e nos permitiria inferir que, em situação de sala de aula, poderia vir a ser uma estratégia eficaz para os alunos entenderem a resolução de problemas inversos.

Na Sessão 4, aplicamos os seis problemas e observamos, durante a resolução do problema 1, cujo resultado esperado era $21+12=33$ ou $12+21=33$, que 80% das duplas armaram a conta e concluíram de modo correto, justificando que “*para sobrar 12, ela fez 33*”. No problema 2, “*Lucas tem alguns jogos de computador. Suzy traz mais 18 jogos para ele. Lucas tem agora 32 jogos de computador. Quantos jogos de computador Lucas tinha antes de ganhar alguns de Suzy?*” 60% dos alunos resolveram corretamente o problema, calculando a situação inicial desconhecida, utilizando-se da subtração, $32 - 18 = 14$.

Todos os alunos acertaram o problema 3, dessa sessão, ($37 - 19 = 18$).

Com relação ao problema 4, de relação inversa, com solução prevista com a conta, $? + 16 = 43$, observamos que o fato de ter perdido algumas flores induziu alguns alunos a rapidamente efetuarem a subtração $27 - 16 = 11$, mas a maioria compreendeu e acrescentaram “*pra saber o começo, tem que somar*”.

O Problema 5 foi resolvido rapidamente e sem dificuldades, o que nos leva novamente a concluir que os problemas diretos são muito trabalhados em sala de aula e a estar esperançosos que o mesmo aconteça com os problemas de situação inversa.

Similar ao Problema 4, percebemos, pelas soluções dadas ao Problema 6 da sessão 4, que os alunos ainda não compreenderam como raciocinar na situação inversa, também

não chegaram ao resultado por optar pela operação de subtração quando deveriam adicionar.

O jogo de dados com figuras do Gremlin e do alienígena foi a atividade que fechou a sessão 4 nessa primeira intervenção, e observamos que as duplas faziam as anotações dos números e seus respectivos sinais adequadamente, contudo ainda cometiam erros ao somá-los.

O jogo Soletrando com números foi de difícil compreensão, de tal forma que a maioria das duplas não conseguiu formar as sentenças, o que prejudicou sua aplicação, tornando sem efeito e pouco produtivo ao objetivo que se propunha.

Na Intervenção 2, utilizamos o “jogo detetive” com uma transformação, que foi resolvida com certa facilidade pelos alunos; assim como, o jogo de dados com as figuras do Gremlin que aplicamos em seguida. O jogo do fliperama, novamente proposto no pós-teste 1, nos permitiu observar a dificuldade dos alunos em resolvê-lo; na atividade “Onde está o segundo cofre?”, observamos que, em duas turmas do grupo resolução de problemas, quase a totalidade dos alunos resolveram sem grandes dificuldades todas as sentenças da atividade, visto a rapidez que a concluíram; e o jogo “Fuja”, uma atividade com alto índice de acertos.

O jogo Detetive, nesta sessão com duas transformações, foi resolvido pela maioria das duplas efetuando os cálculos de forma correta, reconhecendo os sinais e determinando os números inicialmente pensados. No entanto, a dificuldade e o alto índice de erros nessa segunda etapa da atividade ficaram por conta da não compreensão do registro dos giros nos sentidos horário e anti-horário para o segredo do cofre com parada na posição correta para cada número calculado.

Quando foi aplicado o jogo Detetive com três transformações, a solução de alguns problemas dessa sessão foi imediata, e todas as duplas acertaram os valores iniciais do jogo, melhorando inclusive o desempenho quanto aos registros referentes aos giros do segredo do cofre.

Nas sessões que se seguiram, houve turma com rendimento melhor que outra, mas o que se observou no geral é que todas as turmas acertaram mais da metade dos problemas propostos. Nos problemas inversos, todos os alunos tinham a mesma necessidade de estabelecer uma quantidade inicial, e isso, muitas vezes, dificultava o raciocínio e a resolução. Poucos usaram as ideias trabalhadas antes, como, por exemplo, associar a perda ao negativo. Outra dificuldade encontrada foi a de estabelecer com eles a necessidade da

organização dos dados do problema em um diagrama para facilitar sua compreensão, e usar a operação adequada. Havia sempre uma preocupação, por vezes excessiva, na identificação da conta a fazer. A cada semana que retomávamos o trabalho com os problemas, tínhamos que estar solicitando continuamente que esboçassem um esquema que facilitasse a compreensão e a solução, mas em vão, a maioria ia direto às contas. Apesar disso, alguns diálogos mostravam um pouco a noção do que havíamos trabalhado na pesquisa até o momento, e alguns alunos tentavam esboçar diagramas, porém não nos convencemos que eles sabiam claramente o que faziam.

Convém, entretanto, salientar que, nos Pós Testes, percebemos que os alunos do grupo resolução de problemas se mostravam aparentemente mais seguros frente às questões dos assuntos que havíamos trabalhado.

5- CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na busca das respostas para os questionamentos iniciais, observamos, ao trabalhar com as atividades de números negativos em diversos contextos e significados, que a maioria dos alunos do grupo resolução de problemas nas atividades de aritmética, proposta nos jogos de Dados e “Detetive” que envolviam adição e subtração com os números de sinais positivos e negativos, foram, de certa forma, resolvidas sem grandes dificuldades. Contudo, não é possível afirmar que houve efetivamente a aquisição da habilidade com os cálculos que envolviam os números negativos.

Permitimos-nos ponderar que, apesar de não termos ainda, elementos suficientes para concluir sobre o desempenho do grupo resolução de problemas, observamos melhora nos desempenhos individuais, em relação ao teste inicial e uma progressiva organização e articulação das informações, mesmo quando se aumentava a complexidade de raciocínio nas atividades.

Ficamos, por vezes, surpreendidos com alguns alunos. As respostas imediatas logo após a pergunta sobre algumas questões de números negativos revelaram que, de certa forma, os contextos e estratégias utilizados favoreceram essa possibilidade. Em outros momentos, não tão imediatos, tais respostas também surgiram, e isso nos parece confirmar o tempo de aprendizagem de cada um, e a respectiva apropriação do conhecimento, porém, possibilita identificar contribuição da sequência didática experimentada.

Os resultados individuais de alguns alunos do grupo resolução de problemas, não nos permite inferir o resultado para esse grupo frente ao grupo controle, porém é possível

admitir que a aprendizagem sobre estes novos números, os negativos, poderá estar de certa forma disponível na memória desses alunos, podendo ser mobilizada nos anos escolares subsequentes e facilitar a apreensão dos conhecimentos matemáticos relacionados aos Números Inteiros.

Destacamos ainda que esse trabalho poderá permitir possíveis indicadores que mostrem que é possível inserir no 4º ano do Ensino Fundamental I, o estudo sobre os Números Inteiros Relativos.

Contudo, o que se busca ainda saber é qual o momento mais adequado, precisamente, em que idade/ano escolar, assuntos como os números negativos poderão ser trabalhados no Ensino Fundamental I. Indagação essa que se remete a futuras pesquisas.

6- REFERÊNCIAS

- BATANERO, C.; GODINO, J. **Stochastics and its didactics for teachers**: Edumat-Teachers project. Granada, Universidad de Granada, 2002. Disponível em: <<http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/welcome.html>>. Acesso em: 01 dez. 2009.
- BATANERO, C.; GODINO, J. D.; ROA, R. **Training teachers to teach probability**. Journal of Statistics Education, 12, (2004) On line: <http://www.amstat.org/publications/jse/>.
- BORBA, R. E. de S. R. **The Effect Of Number Meanings, Conceptual Invariants And Symbolic Representations On Children's Reasoning About Direct Numbers**. Thesis submitted in partial fulfilment for the degree of Doctor of Philosophy - Psychology Department School of Social Sciences and Law Oxford Brookes University - may 2002.
- BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. **SONDANDO E INTERVINDO NA COMPREENSÃO DE CONCEITOS: O CASO DOS NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS**. GT: Educação Matemática /n.19 – 2004
- CAMPOS, T. M. M. et al. **Espaço e forma: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental**. São Paulo: PROEM, 2000.
- CONTRERAS, J.M.; BATANERO, C.; DIAZ, C.; FERNANDES, J.A. **Assessing pre-service teachers' conceptions of randomness through project work**. In C. Reading (Ed.). Proceedings of the Eight International Conference for Teaching Statistics. Ljubljana: IASE, 2011
- GLAESER, G. **Epistemologia dos Números Negativos**. Rio de Janeiro: Boletim GEPEM, 1985.
- NUNES, T.; BRYANT, P.; EVANS, D.; BARROS, R. **Children's understanding of probability and risk**. Department of Education, University of Oxford, 2011.
- NUNES, T. et al. **Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais**. – 2ª. ed. – São Paulo: PROEM, 2001.

Pommer, Wagner M. **Diversas abordagens das regras de sinais nas operações elementares em \mathbb{Z} .** Artigo apresentado nos Seminários de Ensino de Matemática / SEMA-FEUSP,2010.