

# Uma Engenharia Didática para Ensino de Combinatória

Ricardo Rodrigues Chilela

## GD3 – Educação Matemática no Ensino Médio

### Resumo

Este artigo apresenta um projeto de pesquisa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, iniciado em 2012, com conclusão prevista para 2013.

Trata-se de uma engenharia didática, que parte da análise do funcionamento do ensino habitual para propor e colocar em prática uma intervenção didática que contribua para o processo de aprendizagem. Considerando a Combinatória, parte-se das seguintes questões geradoras: O que se sabe sobre o processo de ensino e de aprendizagem da Combinatória, hoje? O que se pode fazer para contribuir com este processo?

*Palavras chave: Ensino e Aprendizagem. Combinatória. Engenharia Didática.*

### 1. Justificativa

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental \_ PCN \_ (BRASIL, 1997, 1998), estatística, probabilidade e combinatória estão reunidos no bloco Tratamento da Informação. Esta temática tem extrema relevância devido a sua demanda social:

*É cada vez mais frequente a necessidade de se compreender as informações veiculadas, especialmente pelos meios de comunicação, para tomar decisões e fazer previsões que terão influência não apenas na vida pessoal, como na de toda a comunidade. Estar alfabetizado, neste final de século supõe saber ler e interpretar dados apresentados de maneira organizada e construir representações, para formular e resolver problemas que impliquem o recolhimento de dados e a análise de informações. Essa característica da vida contemporânea traz ao currículo de Matemática uma demanda em abordar elementos da estatística, da combinatória e da probabilidade, desde os ciclos iniciais. (BRASIL, 1997, pp. 131, 132)*

Esta vinculação justifica este projeto. Não há como calcular probabilidades sem resolver problemas combinatórios, no entanto, o processo de ensino e aprendizagem de Combinatória é crítico, principalmente devido ao conflito entre resolução de problemas e uso de um formulário. Em geral os professores e livros didáticos definem arranjo,

combinação e permutação, dão as fórmulas e propõem aos alunos problemas que se adaptem a elas. Mas, a maioria dos problemas não podem ser resolvidos com fórmulas, exige o raciocínio. A questão é buscar caminhos e recursos para desenvolver o raciocínio combinatório.

## **2. Metodologia de pesquisa e produto didático**

Engenharia Didática é um termo com duplo sentido. Por um lado, é um produto didático, que envolve um plano de ensino, a criação de materiais didáticos, uma experimentação com uma validação e uma avaliação posterior. Mas, também se refere a uma metodologia de investigação, com etapas bem definidas. É um referencial para a pesquisa do professor sobre a própria prática, com etapas bem definidas:

Etapa 1: Análise prévias, que envolve análise epistemológica dos conceitos e habilidades envolvidas na Combinatória; análise do ensino usual; análise das condutas dos alunos na resolução de problemas;

Etapa 2: Análises a priori, que envolve planejamento das ações didáticas, criação de objetivos e hipóteses, construção de material didático;

Etapa 3: Experimentação, que envolve prática docente, coleta de material durante as aulas.

Etapa 4: Análises a posteriori, que inclui a validação da engenharia, com análise do material coletado, confrontando a experiência com os objetivos e hipóteses anteriormente formulados.

## **3. Objetivos da pesquisa**

Os **objetivos do trabalho** têm relação com as etapas da engenharia didática:

**Objetivo da etapa Análises Prévias:** Definir e caracterizar o objeto de estudo, a “Combinatória”; Descrever como se dá o ensino usual da Combinatória e estudar as propostas didáticas mais recentes; Descrever as questões cognitivas, já esclarecidas em outros estudos, e os esquemas dos alunos que participam desta pesquisa, na resolução de problemas combinatórios.

**Objetivo da Etapa Análises a priori:** Explicitar escolhas globais que orientarão o plano de ensino e a intervenção didática; Explicitar hipóteses a respeito desta intervenção; Desenvolver o plano de ensino da engenharia didática, num plano aula-a-aula, incluindo objetivos e expectativas de cada aula;

**Objetivo da Etapa Experimentação:** Desenvolver a experimentação, com coleta de dados;

**Objetivos da etapa Validação:** Analisar e validar a experiência, contrapondo os dados coletados com as hipóteses prévias; Rever e fazer correções necessárias na engenharia; Oferecer aos professores de Matemática uma proposta de ensino possível de ser reproduzida.

#### 4. Referencial teórico

Qualquer investigação que tenha como objetivo a melhoria do ensino da Matemática necessariamente vai além do estudo de técnicas e de propostas metodológicas, para incluir o estudo dos processos cognitivos da aprendizagem.

Nesta perspectiva, é preciso buscar fundamentação em uma teoria de aprendizagem adequada para Educação Matemática. No presente trabalho, a opção foi pela Teoria dos Campos Conceituais (TCC) proposta por Gérard Vergnaud<sup>1</sup>, uma teoria cognitivista que explica o desenvolvimento cognitivo e a aprendizagem de competências complexas, particularmente aquelas implicadas nas ciências.

Na TCC, o conhecimento matemático está organizado em grandes campos conceituais, conjuntos de problemas, situações, conceitos, propriedades, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, relacionados entre si. A aprendizagem, em Matemática, é essencialmente conceitual, mas um conceito não se resume a uma definição. É um tripé composto por situações, esquemas e representações.

As **situações** são tarefas que dão sentido ao conceito; uma situação gera problemas. *Um conceito só adquire sentido através das situações e dos problemas que se pretendem resolver* (VERGNAUD, 1990, p.1).

**Esquema** é a “*organização invariante da conduta (do sujeito) para uma classe de situações dada*” (VERGNAUD, 1990, p.2).

As **representações** referem-se a “*formas linguísticas e não linguísticas que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento*”. (VERGNAUD, 1990, p.7).

Nessa ótica, a aprendizagem matemática consiste na compreensão de situações variadas que dão significado aos conceitos; na criação de esquemas que dão conta da resolução de problemas cada vez mais complexos; e no desenvolvimento de diferentes

---

<sup>1</sup> Discípulo de Jean Piaget, atualmente diretor do Centro Nacional de Pesquisa Científica da França.

maneiras de operar eficientemente nessas situações e neste problemas, utilizando, gradualmente, representações mais adequadas e mais econômicas, na resolução.

Pensando deste modo, é preciso identificar sobre quais conhecimentos prévios o aluno pode se apoiar para aprender, mas é preciso produzir rupturas necessárias, ou seja, situações para as quais os alunos não têm como se apoiar em conhecimentos prévios.

Nessa tarefa, os professores são mediadores, cuja função é ajudar os alunos a desenvolver seu repertório de esquemas e representações, provendo situações frutíferas, diversificadas, escolhidas e ordenadas quanto ao grau de complexidade.

Pode-se, então, verificar a aprendizagem, analisando as tarefas propostas e a evolução dos esquemas dos alunos ao resolvê-las.

Pensando no ensino e na aprendizagem de Combinatória, segundo a teoria de Vergnaud, os problemas combinatórios pertencem aos campos conceituais aditivo e multiplicativo, pois exigem as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

## **5.Primeiros resultados:análises prévias**

A etapa da **análise epistemológica** já foi concluída e pode-se fazer um resumo.

Segundo Souza (2010) os primeiros livros envolvendo ideias da Combinatória estavam relacionados aos jogos de azar (cartas, fichas, roletas e dados). A teoria das probabilidades, visando os jogos foi foco de estudos de Cardano (1501-1576), de Galileu Galilei (1564-1642) e do holandês Christian Huygens (1629-1695).

Vazquez e Noguti (2004, p.4) oferecem a definição de Combinatória dada por Leibniz, em 1666: “*o estudo da colocação, ordenação e escolha de objetos*”. Posteriormente, passa a ser o estudo da formação, contagem e propriedades dos agrupamentos que podem constituir-se, segundo determinados critérios, com os objetos de uma coleção. Esses agrupamentos distinguem-se, fundamentalmente, em três espécies: arranjos, permutações e combinações, e podem ser formados de objetos distintos ou repetidos.

Neste sentido Batanero et al (1997) definem Combinatória como o estudo dos conjuntos discretos (finitos, é claro) e das configurações que se podem obter a partir de seus elementos mediante certas transformações que originam mudanças na sua estrutura ou na sua composição.

Diferentes autores quando se referem a Combinatória, não utilizam o termo “conteúdo”, mas, sim a expressões como “raciocínio combinatório” ou “pensamento combinatório”, aquele que resolve problemas combinatórios.

Para Vergnaud (1990) são as situações e os problemas que dão significado aos conceitos. Ou seja, identificar e classificar diferentes situações e problemas de combinatória implica identificar e classificar os significados dos conceitos envolvidos.

Seguindo a ideia de Vergnaud, Borba e Pessoa (2009, p.116-117) apresentam uma classificação dos problemas combinatórios básicos<sup>2</sup>: *Produto cartesiano ou produto de medidas (como definido por Vergnaud); Combinação; Permutação; Arranjo*

De outra forma, Batanero et al (1997) descrevem modelos combinatórios, que geram uma outra classificação para os problemas de Combinatória, em que as operações necessárias para solução podem, ou não, incluir os conceitos, fórmulas e representações das Combinações, Permutações ou Arranjos envolvidos.

*Problemas de Seleção: seleção de um agrupamento de  $n$  objetos num conjunto (universo) de  $m$  objetos, com  $n < m$*

*Ex: Num baralho com 52 cartas ( Ás, 2, 3, ...10, Valete, Dama, Rei, nos naipes copas, ouros, paus, espadas), quantos agrupamentos com 5 cartas pode-se obter?*

*Problemas de Distribuição: modos de distribuir  $n$  objetos em  $m$  células.*

*Ex: João tem 2 carros, Ana tem 2 carros e José tem 2 carros. De quantos modos pode-se distribuí-los em três vagas duplas V1, V2 e V3, sendo que cada vaga será destinada para um só proprietário.*

*Problemas de partição: modos de dividir um conjunto de  $m$  objetos em subconjuntos de  $n$  objetos*

*Ex: De quantas maneiras 6 alunos podem ser repartidos em 2 equipes, contendo 3 alunos cada uma? É solicitado maneiras de repartir, mas as equipes não têm nome e não se distinguem, por isso é preciso dividir por 2.*

A presente pesquisa vai incluir apenas problemas de seleção. Foi feita uma adaptação das propostas de Batanero et al (1997), para listar conceitos básicos para estes problemas: conjunto universo ou espaço amostral; agrupamento ou amostra; agrupamento

---

<sup>2</sup> Essas definições referem-se à contagem dos agrupamentos simples, ou seja, dos grupos em que não há repetição de nenhum elemento. É importante ter consciência de que há também os agrupamentos com repetição.

ordenado ou não ordenado; seleção com ou sem reposição; agrupamento com ou sem repetição; listagem; enumeração; contagem; correspondência um para muitos; princípio multiplicativo; princípio aditivo; divisão para contagem de classes de equivalência; subtração para exclusão de casos..

Além disso, seguindo a linha histórica, percebem-se nos jogos mais tradicionais, de cartas, situações com potencial para gerarem problemas combinatórios de diferentes tipos.

A **análise didática** foi concluída e pode ser resumida.

Souza (2010) resume o ensino tradicional de Combinatória e seus efeitos:

*“Em geral, numa aula tradicional, onde as fórmulas já foram apresentadas, os alunos procuram identificar, entre elas, aquela que acreditam ser mais conveniente para arranjo, ou permutação ou combinação, com o objetivo de poder resolver um problema. Isso, ocorre por eles não terem participado da construção desses conceitos e apenas os usam para resolver o problema mecanicamente”.*(SOUZA, 2010, p.74)

A autora sugere que o professor explore, com o aluno, os Princípios Multiplicativo e Aditivo, de modo intuitivo, descrevendo e exemplificando os casos possíveis, formando agrupamentos e contando-os, utilizando técnicas de contagem, utilizando como formas de representação, o diagrama de árvore ou a construção de tabelas de dupla entrada. A sistematização dos conceitos de arranjo, permutação e combinação pode ficar para o fim do processo.

Carvalho (2009), Lopes (2007), Lopes e Rezende (2010), Silva e Kodama (2010), entre outros, propõem aos alunos atividades com jogos construídos intencionalmente para favorecer o desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Na revisão bibliográfica, não foram encontradas experiências didáticas com jogos de cartas tradicionais, já conhecidos dos alunos. No entanto, existem, problemas combinatórios relacionados com o jogo de pôquer, que podem ser encontrados em Morgado et al (1991) e Rodrigues (2004).

Este estudo permitiu tomar decisões para a pesquisa, entre elas, partir de um jogo tradicional, no caso o pôquer, não construído intencionalmente pelo professor, como uma situação que gera problemas significativos.

A **análise cognitiva** já está concluída e pode ser resumida.

Diferentes autores (Esteves, 2001; Almeida, 2010; Silva, 2010) constatam, em suas pesquisas, a dificuldade de alunos (e de professores), em todos os níveis, para resolver problemas de Combinatória.

Os alunos fracassam na compreensão do enunciado, na identificação do tipo de objeto/agrupamento que deve ser contado; na construção adequada dos agrupamentos; na organização adequada para enumerar os agrupamentos sistematicamente; na contagem e na identificação das operações aritméticas necessárias para contar. Além disso, quando a quantidade de elementos de cada agrupamento aumenta, crescem as dificuldades, pois a primeira ideia é agrupar, listar os agrupamentos e fazer uma contagem direta, enumerando os grupos, o que não é possível com muitos elementos em jogo. Ao listar os agrupamentos, diferentes representações são utilizadas, mas o diagrama de árvore é pouco encontrado. Fórmulas são dadas, mas muitas vezes inadequadamente usadas.

Ao propor uma coleção de problemas para alunos de segundo ano do nível médio, que ainda não tinham tido contato com Combinatória, foi observado que o principal esquema era o de tentativa de listar os agrupamentos, enumerando-os. Quando o número de objetos do conjunto universo aumentou, esta listagem ficava incompleta e a resposta incorreta. Alguns alunos mostraram o raciocínio com o princípio multiplicativo ao expressarem a noção de um-para-muitos que é básica para o conceito de multiplicação. Nenhum aluno utilizou o diagrama de árvore e, em problemas que necessitavam divisão, nenhum se deu conta disto.

## 5. Análise a priori

Na fase da Análise a priori, foram feitas escolhas no âmbito global: a sequência didática parte da vivência de uma situação, o “jogo de pôquer”; o baralho é um conjunto, do qual são selecionados agrupamentos, as “mãos”, com algumas restrições sobre as “figuras” (face da carta que pode ser 2,3,...9, 10, Valete(11), Dama (12), Rei (13)) ou sobre os naipes (paus, espadas, copas, ouro); os problemas propostos são gerados pelo “jogo de pôquer”; todos podem ser resolvidos com as quatro operações aritméticas; os problemas são organizados em ordem de complexidade, iniciando com problemas relativos a mini-pôquer, com baralhos menores, que possibilitam contagem direta; a aprendizagem será verificada, coletando as produções dos alunos e analisando a evolução dos esquemas e das representações; o ambiente de aprendizagem será organizado extraclasse, com poucos alunos, com interação constante entre todos os participantes e com intervenções planejadas pelo professor para responder a dificuldades previstas.

Também foram elaboradas **hipóteses prévias** ao plano: a vivência da situação “jogo de pôquer” permitirá ao aluno atribuir significado à Combinatória, como sendo uma

parte da Matemática que trata da seleção e contagem de agrupamento de objetos; as atividades envolvendo o jogo de pôquer são interessantes para os alunos e a análise das regras do jogo constitui desafios; a compreensão das regras do jogo dá significado à contagem de agrupamentos (contar para dar valor às diferentes “mãos”); a resolução de problemas que levam à compreensão das regras, não será imediata, pois envolve um conjunto de 52 objetos e sabe-se, pela coleta de dados prévia, que os alunos ainda não desenvolveram ainda esquemas para resolver estes problemas; a construção de um jogo com regras semelhantes às do pôquer, com baralhos menores (9 cartas e 16 cartas), criando um mini-pôquer, permite a contagem direta dos agrupamentos, por enumeração, favorece o uso do diagrama de árvore e dá significados combinatórios das operações à multiplicação e divisão; a partir dos problemas do pôquer, as definições e os formulários da Combinatória tornam-se significativos; as atividades com jogo favorecem a resolução de problemas em outros contextos.

## **6. Planejamento da experiência**

A partir dessas escolhas globais, partimos para um Plano Didático, que apresenta uma sequência de atividades, desenvolvidas em cinco encontros, de duas horas.

**Objetivos:** favorecer o desenvolvimento do raciocínio combinatório, a evolução dos esquemas e das representações. .

Nesta pesquisa, trata-se do raciocínio combinatório necessário para resolver problemas de seleção de objetos num conjunto de  $n$  elementos, para formar agrupamentos de  $r \leq n$  objetos, de acordo com certas restrições.

Este raciocínio envolve: compreensão do enunciado do problema; construção de agrupamentos adequados ao enunciado; contagem destes agrupamentos; utilização do princípio multiplicativo, para a contagem, quando o número de objetos do conjunto inicial impede a contagem direta; utilização da divisão, para a contagem, quando existem classes de agrupamentos que devem ser identificados, ou seja, agrupamentos que são indistinguíveis, devido as restrições impostas no enunciado do problema; utilização da adição, quando for adequado dividir os problemas em casos e da subtração quando for necessário excluir algum caso; utilização das fórmulas de arranjo, permutação e combinação (neste projeto, tratam-se de agrupamentos sem repetição) caso sejam significativas.

Exemplos de problemas gerados pelo pôquer:

*Num jogo de pôquer com um baralho de 52 cartas, com 4 naipes diferentes e, em cada naipe, 13 cartas com figuras (que podem ser números de 2 a 9, ás, valete, dama e rei) diferentes: Porque uma TRINCA ganha de DOIS PARES? Qual é a “mão” de menor valor no pôquer? Por quê?*

## **7. A experimentação didática**

A experimentação da engenharia foi feita com oito alunos voluntários, da segunda série do ensino médio, do Colégio La Salle Santo Antônio, em Porto Alegre, nos dias 30 e 31 de agosto; 06, 13 e 19 de setembro de 2012, em atividade extraclasse.

A coleta de dados a respeito das condutas na resolução de problemas e dos conhecimentos prévios foi feita com uma turma completa, 42 alunos, divididos em grupos, no dia 05 de julho de 2012.

A análise dos dados ainda não foi concluída, mas já se tem uma ideia do sucesso da proposta, observada na comparação dos esquemas e das representações utilizadas pelos alunos, no último encontro, resolvendo os problemas do pôquer com 52 cartas, comparando com o que foi feito nas análises prévias e no primeiro dia, com problemas do pôquer com baralho de 9 cartas.

## **8. Considerações provisórias**

Nesta pesquisa foram produzidos experimentados outros recursos didáticos para dar significado combinatório às operações aritméticas que, espera-se, serão úteis para o professor. Foram incluídas também formas de avaliação e validação da engenharia estabelecendo comunicação entre o trabalho do grupo voluntário, extraclasse, e o trabalho de classe. Os primeiros achados sugerem que, na ocasião do EBRAPEM, ter-se-á resultados positivos a compartilhar.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ALMEIDA, Adriana. **Ensinando e aprendendo análise combinatória com ênfase na comunicação matemática**: um estudo de caso com o 2º ano do ensino médio. 166 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Departamento de Matemática, 2010. Disponível em:  
[www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/Diss\\_Adriana\\_Luzie.PDF](http://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/Diss_Adriana_Luzie.PDF)  
Acesso em: 13, mar. 2012.

Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UFRGS- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre-RS. E-mail: rchilela@hotmail.com

BATANERO, Carmen; GODINO, Juan; NAVARRO-PELAYO, Virgínia. Combinatorial Reasoning and its assessment. In: GAL, I.; GARFIELD, J.B. (editors). **The Assessment Challenge in Statistics Education**. Amsterdam: International Statistical Institute & I.O.S. Press, p. 239-252, 1997.

Disponível em: <

<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/assessbk/chapter18.pdf>>

Acesso em: 01, mar. 2012

BORBA, Rute; PESSOA, Cristiane. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1 a 4ª série. **Zetetiké**, Faculdade de Educação, UNICAMP, v. 17, n. 31, 2009, p. 105-150.

Disponível em: <<http://www.fe.unicamp.br/zetetike/viewarticle.php?id=246>>

Acesso em: 05, mar. 2012

BRASIL. MEC. SEF (1997). Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, MEC/ SEF, Matemática: Primeiro e segundo ciclos do Ensino Fundamental.

BRASIL. MEC. SEF (1998). Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, MEC/ SEF, Matemática. Matemática: Terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental.

[CARVALHO, Gustavo Quevedo](#). **O uso de jogos na resolução de problemas de contagem um estudo de caso em uma turma do 8º ano do Colégio Militar de Porto Alegre**. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10183/17845> . Acesso em: 13, mar. 2012.

ESTEVES, Inês. **Investigando os Fatores que Influenciam o Raciocínio Combinatório em Adolescentes de 14 anos** – 8ª série do Ensino Fundamental. São Paulo: PUCSP, 2001. 203 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001. Disponível em:

[http://200.189.113.123/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos\\_teses/MATEMATICA/Dissertacao\\_Esteves.pdf](http://200.189.113.123/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/MATEMATICA/Dissertacao_Esteves.pdf)

Acesso em 01, mar, 2012

LOPES, José Marcos ; REZENDE, Josiane de Carvalho . Um Novo Jogo para o Estudo do Raciocínio Combinatório e do Cálculo de Probabilidade. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 23, nº 36, p. 657 a 682, 2010. Disponível em:

<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/viewArticle/4035>

Acesso em: 13, mar. 2012.

LOPES, José Marcos. **Raciocínio combinatório por meio de resolução de problemas**. In: Anais CNMAC XXX, 2007. Disponível em:

<[http://www.sbmac.org.br/eventos/cnmac/xxx\\_cnmac/PDF/706.pdf](http://www.sbmac.org.br/eventos/cnmac/xxx_cnmac/PDF/706.pdf)>. Acesso em: 16 abr. 2010.

MORGADO, Augusto; PITOMBEIRA DE CARVALHO, João; PINTO DE CARVALHO, Paulo; FERNANDEZ, Pedro. *Análise combinatória e probabilidade*. Rio de Janeiro: Graftex, 1991.

RODRIGUES, Flávio Wagner . O jogo de pôquer e o cálculo de probabilidades. In: DRUCK, Suely (Org.) **Matemática : ensino médio**. Coleção Explorando o ensino, volume 3. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2004, p. 171-178.

Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/EnsMed/expensmat\\_3\\_4e5.pdf](http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/EnsMed/expensmat_3_4e5.pdf)>

Acesso em 01, set. 2012

SILVA, Aparecida Francisco da; KODAMA, Helia Matiko Yano. **Jogos no ensino de matemática**. II Biental da Sociedade Brasileira de Matemática, UFBA, 2004. Disponível em:

<<http://www.bienasbm.ufba.br/OF11.pdf>> Acesso em: 20 dez. 2006.

Acesso em: 13, mar. 2012.

SILVA, Carla. Estudo de caso sobre o ensino de análise combinatória . Trabalho de Conclusão de Curso. Licenciatura em Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2010. Disponível em:

<http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/29157>

Acesso em: 13, mar. 2012

SOUZA, Analucia Castro Pimenta de. **Análise Combinatória no Ensino Médio apoiada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem**-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. São Paulo: UNESP Rio Claro, 2010, 344 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010. Disponível em:

<[http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137031P7/2010/souza\\_acp\\_me\\_rcla.pdf](http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137031P7/2010/souza_acp_me_rcla.pdf)>. Acessado em: 01, mar. 2012

VAZQUEZ, Cristiane; NOGUTI, Fabiane. Análise Combinatória: alguns aspectos históricos e uma abordagem pedagógica. In: Anais do VIII **Encontro Nacional de Educação Matemática**, Recife, 2004. Disponível em: <[www.sbem.com.br/files/viii/pdf/05/1MC17572744800.pdf](http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/05/1MC17572744800.pdf)>

Acesso em: 05, mar. 2012

VERGNAUD, Gerard. La teoria de los Campos Conceptuales, 1990. **Recherches en Didáctique des Mathématiques**, Vol. 10, nº 2, 3, pp. 133-170, 1990 . Disponível em: <[http://ipes.anep.edu.uy/documentos/curso\\_dir\\_07/modulo2/materiales/didactica/campos.pdf](http://ipes.anep.edu.uy/documentos/curso_dir_07/modulo2/materiales/didactica/campos.pdf)>

Acesso em: 05, mar. 2012