Prova em Fases e Formação de Professores que Ensinam Matemática

Magna Natalia Marin Pires[1]

Orientadora: Regina Luzia Corio de Buriasco[2]

GD08 – Avaliação em Educação Matemática

Resumo: O presente trabalho tem por objetivo apresentar uma pesquisa em fase de conclusão, a respeito da realização de uma capacitação em matemática com nove professoras dos anos iniciais. Na capacitação foram utilizadas uma prova em fases e a análise da produção escrita, que podem contribuir para a obtenção de informações a respeito do processo de aprendizagem das participantes. A intenção deste trabalho é investigar a configuração[3] da análise da produção escrita como ação de intervenção organizada (reinvenção guiada) de modo que os participantes desenvolvam sua capacidade para analisar, explicar seu raciocínio, comunicar suas ideias matemáticas. A pesquisa tem como pano de fundo a Educação Matemática Realística e toma a avaliação em uma perspectiva formativa. Os dados coletados na pesquisa permitem inferir que é possível ocorrer a aprendizagem utilizando o instrumento prova em fases e fazendo uso da análise da produção escrita.

Palavras-Chave: Avaliação Escolar. Educação Matemática Realística. Prova em Fases.

1. Introdução

O presente trabalho diz respeito a uma das ações desenvolvidas no projeto "Educação Matemática de Professores que Ensinam Matemática" do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PECEM da Universidade Estadual de Londrina, aprovado no Edital CAPES/INEP nº 38/2010 do Programa Observatório da Educação. Uma das ações propostas no projeto é o desenvolvimento concomitante, por um lado de uma agenda de trabalho de capacitação envolvendo professoras dos anos inicias do Ensino Fundamental e a coordenadora de uma escola pública em um município situado no norte do Paraná, e, por outro lado, uma investigação a

---

[1] Aluna do Programa de Pós-Graduação em Ensino Ciências e Educação Matemática (Doutorado) – Universidade Estadual de Londrina. Professora da UEL – Universidade Estadual de Londrina. E – mail: magna@uel.br.

[2] Professora do Departamento de Matemática e do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – Universidade Estadual de Londrina. Bolsista PQ – CNPq. E – mail: reginaburiasco@hasner.com.br.

[3] Configurar: dar ou tomar forma, feitio; desenhar, esculpir. Ex.: movimentos geológicos configuram as montanhas.

respeito dessa capacitação.

O trabalho de capacitação utiliza uma prova em fases e a análise da produção escrita, que podem contribuir para a obtenção de informações a respeito do processo de aprendizagem das participantes. A análise da produção escrita, como estratégia de investigação, tem sido utilizada nos trabalhos desenvolvidos no âmbito do GEPEMA[4] - Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação (BURIASCO, 1999; 2004; 2009; PEREGO, S., 2005; BURIASCO e SOARES, 2008; PEREGO, F., 2006; DALTO, 2007; SANTOS, 2008; FERREIRA, 2009; BURIASCO, FERREIRA, e CIANI, 2009; VIOLA DOS SANTOS, BURIASCO e FERREIRA, 2010).

A pesquisa aqui apresentada é de natureza qualitativa, de cunho essencialmente interpretativo (BOGDAN e BIKLEN, 1994; GARNICA, 2004). De acordo com Garnica (2004, p.86), o adjetivo "qualitativa" estará adequado às pesquisas que

> reconhecerem: (a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas.

A intenção deste trabalho é investigar a configuração da análise da produção escrita como ação de intervenção organizada (reinvenção guiada) de modo que os participantes desenvolvam sua capacidade para analisar, explicar seu raciocínio, comunicar suas ideias matemáticas.

Os encontros semanais da pesquisadora com as professoras ficaram agendados para todas as sextas-feiras das 8h às 11h, a partir de março de 2010.

O instrumento utilizado para realização da pesquisa foi uma prova, aqui denominada prova em fases, contendo onze (11) questões de matemática básica. As questões da prova em fases foram selecionadas levando em conta a sua potencialidade no que diz respeito à exploração de elementos que caracterizam o pensamento algébrico, tema escolhido para condução do trabalho.

[4] http://www.uel.br/grupo-estudo/gepema/

A primeira fase da prova contendo 11 questões foi desenvolvida durante três (3) encontros, sendo que quatro (4) questões foram resolvidas no primeiro encontro, quatro (4) no segundo encontro e o restante, três (3) questões, no terceiro encontro. Nessa primeira fase, as questões foram resolvidas sem nenhuma indicação da pesquisadora, em um determinado tempo (aproximadamente 1h em cada um dos encontros), ou seja, em situação de avaliação. Após a primeira fase a pesquisadora analisou as resoluções iniciais de cada questão, fez comentários pedindo justificativas e/ou esclarecimentos.

Nos encontros posteriores a esses três primeiros, as professoras trabalharam nas respostas aos questionamentos da pesquisadora em duas questões concomitantemente. Quando o entendimento da pesquisadora era de que a potencialidade das respostas da professora e também da questão tinha sido esgotada, passava-se para outra questão.

A prova em fases teve vários objetivos:

- analisar a produção escrita das professoras;
- encaminhar essa forma de avaliação como oportunidade de aprendizagem;
- orientar algumas das ações com as professoras atendendo as necessidades do grupo.

2. Referencial Teórico

2.1 – Educação Matemática Realística

A abordagem Educação Matemática Realística - RME[5], foi uma resposta holandesa à reforma no ensino da Matemática denominada Matemática Moderna, e teve origem no projeto Wiskobas, iniciado em 1968 no então *Institute for Development of Mathematics Education,* atualmente denominado Instituto Freudenthal.

Segundo Armanto (2002, p. 29),

> de acordo com Freudenthal, a matemática deve estar conectada com a realidade, deve estar próxima das crianças e ser relevante para a sociedade, a fim de ter valor humano. Este ponto de vista envolve referir-se à matemática não como matéria, mas sim como uma atividade humana (tradução nossa).

Se esse ponto de vista for considerado, a matemática não deve ser apresentada para os alunos como um produto pronto e acabado. Na abordagem RME os alunos devem assumir a responsabilidade por sua aprendizagem e participar ativamente nas discussões

[5] Realistic Mathematics Education.

em sala de aula, orientados pelo professor (ARMANTO, 2002). O sentimento de "descobrir" a matemática pode influenciar positivamente o comportamento do aluno em sala de aula. Além disso, nesta abordagem, os vários elementos que serão discutidos mais a frente são desenvolvidos com a intenção de gerar confiança dos alunos na aprendizagem matemática.

O termo realístico se refere a situações que possam ser imagináveis, realizáveis pelos alunos, por isso os contextos envolvidos nos problemas não precisam ser necessariamente do cotidiano no sentido usual da expressão. Nos contextos realísticos, incluem-se situações cotidianas, situações fictícias, de fantasias e até situações da própria matemática.

Duas das ideias centrais da abordagem RME são a reinvenção guiada e a matematização. Para Freudenthal, na escola deveria ser dada a oportunidade de o aluno reinventar a matemática sob a orientação do professor. O princípio da reinvenção guiada leva em conta que o conhecimento não deve ser transmitido pelo professor, mas sim elaborado pelo aluno. O processo de reinvenção exige que os alunos se envolvam com situações realísticas, com a intenção de matematizá-las, em um processo semelhante ao vivenciado pelo matemático profissional.

De acordo com Gravemeijer e Doorman (1999, p.116), para Freudenthal, "o núcleo da atividade matemática é a 'matematização', que significa organizar numa perspectiva matemática. Freudenthal vê essa atividade dos estudantes como uma maneira de reinventar a matemática" (tradução nossa). Para Freudenthal, matematizar não é uma atividade exclusiva dos matemáticos. Esse processo pode ajudar o aluno a familiarizar-se com os aspectos matemáticos de situações diversas, uma vez que para ele, no processo de matematização o aluno "constrói" matemática.

Treffers (1987) definiu dois tipos de matematização: horizontal e vertical. A matematização horizontal compreende o processo de descrever uma situação utilizando ferramentas matemáticas que podem ajudar a organizar e resolver um problema, ou ainda podemos entender esse processo como aquele de ir do mundo real para o mundo matemático. A matematização vertical é um processo dentro da própria matemática, nesse processo o aluno encontra conexões entre os conceitos e as estratégias, ou seja, manipula, aperfeiçoa modelos matemáticos do problema do mundo real.

Freudenthal (1991, p.43) descreve passos de uma atividade de divisão desenvolvida com crianças e distingue o que pode ser considerado matemática vertical e horizontal:

> ao dividir um número de objetos entre um número de pessoas (distribuindo cartas para os jogadores em torno de uma mesa, por exemplo), pode-se começar, distribuindo os objetos um por um, ou por meio da distribuição de um número igual de objetos para cada pessoa, continuando até que os objetos estejam esgotados, isto é matematização horizontal do problema de distribuição. Matematização Vertical pode ser visto na busca de partes cada vez maiores (terminando numa quantidade tão grande quanto é conveniente), a fim de encurtar o processo. Este processo é um notável exemplo de esquematização progressiva (no caso presente, algoritmização progressiva, e finalmente dirigida para o algoritmo padrão de divisão longa) (tradução nossa).

Treffers (1987, p.71) ressalta que dividir a atividade matemática

> dentro destes dois elementos é uma operação artificial. Na realidade, a distinção é difícil de fazer, principalmente porque a esquematização e o processamento matemático estão intimamente relacionados. No entanto, esta distinção é significativa, se somente deixarmos claro que atividades como a construção, experimentação e classificação se encaixam bem no processo de matematização como simbolizar, generalizar e formalizar (tradução nossa).

Segundo Treffers (1987), a composição desses dois componentes, matematização horizontal e vertical, constitui-se na matematização progressiva. E é nesse processo de matematização progressiva que os alunos constroem, reinventam ou até inventam matemática.

2.2 - A Avaliação

Segundo Hadji (1994, p.63), a

> avaliação formativa tem por objetivo contribuir para melhorar a aprendizagem em curso, informando o professor sobre as condições em que está a decorrer essa aprendizagem, e instruindo o aprendente sobre o seu próprio percurso, os seus êxitos e as suas dificuldades.

Nessa perspectiva a avaliação é parte dos processos de ensino e de aprendizagem e não uma etapa posterior a eles. Levando em conta que a aprendizagem depende principalmente do aprendente, é importante que ele seja informado dos resultados da avaliação, mas se ele for informado apenas no final do processo, como ainda acontece na prática da sala de aula, nada poderá fazer para mudar o desfecho.

Para Barlow (2006), na avaliação é importante que os alunos tenham um *feedback* que possa ajudá-los a se tornarem sujeitos ativos de seu desenvolvimento.

Depois do aluno, o outro sujeito que possui grande responsabilidade nos processos de ensino e de aprendizagem é o professor e, os resultados da avaliação servem para guiar suas escolhas. De acordo com Hadji (1994, p.63),

> [...] se o objectivo é o **de *regular*** (guiar constantemente o processo de aprendizagem), o avaliador esforçar-se-á por obter informações sobre as estratégias de ataque dos problemas e sobre as dificuldades encontradas.

Para Barlow (2006, p.110), a troca de informações

> ocorre não no término da formação, mas durante seu processo: trata-se, para o avaliador, de ajudar seus interlocutores a resolver melhor sua tarefa, fazendo um diagnóstico das dificuldades ou das estratégias em questão [...] visando escolher a sequência de formação mais adequada às suas características.

E mais,

> as decisões que se tomam são de ordem estritamente pedagógica: o professor pode voltar atrás, oferecer complementos, ou mesmo modificar seu planejamento, seu método e sua atitude (BARLOW, 2006, p.111).

Para Van den Heuvel-Panhuizen (1996), na avaliação o aluno pode passar por vários níveis de matematização e, assim, desenvolver sua "própria" matemática. Para reforçar a importância que tem a avaliação nos processos de ensino e de aprendizagem e para torná-la presente nas atividades da escola, essa autora se refere à avaliação usando a expressão "avaliação didática"[6].

Para Villas Boas (2010, p.82), essa

> é a essência da avaliação formativa: o professor analisa o trabalho do estudante a cada momento, enquanto ele ocorre, para fazer as intervenções no momento oportuno. Além disso, registra as informações que coleta para construir o retrato da turma[...]

por meio do qual o professor orienta o aluno sobre o que apresentou e este tem oportunidades de rever seus erros, completar, melhorar, enfim, fazer novas construções a respeito daquilo que o professor lhe apontou e ir até mesmo além.

Para justificar a presença da avaliação nesta pesquisa, utilizo as palavras de Hadji (2001, p.20): "a avaliação torna-se formativa na medida em que se inscreve em um projeto educativo específico, o de favorecer o desenvolvimento daquele que aprende, deixando de lado qualquer outra preocupação".

---

[6] Termo original em inglês: didactical assessment.

O objetivo de utilizar uma prova em fases na presente pesquisa é apresentá-la como um instrumento que pode desencadear uma ação formativa.

2.3 – A Prova em Fases

As provas em duas fases foram concebidas originalmente na Holanda. A ideia consiste em elaborar um prova a que o aluno responde em dois momentos: num primeiro momento, na sala de aula e sem quaisquer indicações do professor; num segundo momento, dispondo de mais tempo e dos comentários que o professor formulou ao avaliar as respostas iniciais. Para tirar partido das potencialidades deste prova, o enunciado inclui questões de pelo menos dois tipos: (1) perguntas de interpretação ou pedindo justificações e problemas de resolução relativamente breve; e (2) questões abertas e problemas requerendo alguma investigação e respostas mais desenvolvidas. A expectativa é que o aluno, na primeira fase, resolva as questões do tipo (1) e comece a trabalhar nas do tipo (2) e que, na segunda fase, corrija ou melhore as respostas às primeiras (se for caso disso) e desenvolva as segundas. A avaliação que o professor faz daquilo que cada aluno produziu tem em conta as duas fases do processo, considerando quer as respostas iniciais quer o modo como o aluno as desenvolveu na segunda fase.

A partir da Prova em Duas Fases pensamos na Prova em Fases, considerando que nesta proposta o número de fases não é determinado a priori, o número de fases será definido a medida que as possibilidades das resoluções dos alunos e das intenções do professor forem se apresentando. A proposta de ampliar o número de fases tem por objetivo ampliar também a possibilidade de discutir e investir na produção escrita dos alunos ao resolver uma questão de matemática.

3 – Apresentando alguns dados colhidos durante o desenvolvimento da pesquisa

Caso da professora PA1[7] – Questão 01

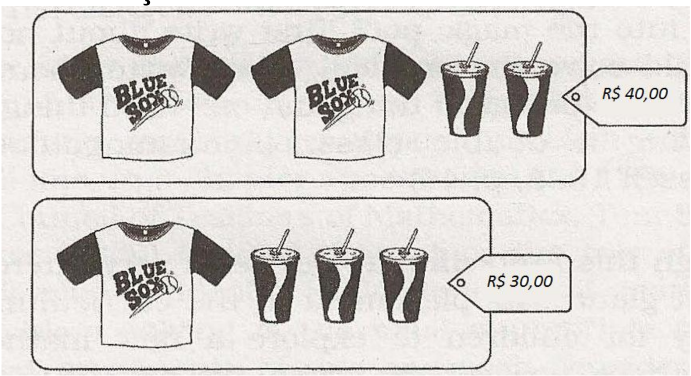
A seguir, é apresentada parte da resolução dada por uma das professoras participantes do projeto, aqui denominada PA1, aos questionamentos feitos pela

[7] As participantes da pesquisa foram denominadas por PA1, PA2, PA3, ..., PA9.

pesquisadora e as respostas dadas por PA1 a esses questionamentos. Essa questão foi desenvolvida em 13 fases.

Quadro 01. Fase 1 - resolução apresentada por PA1 na questão 01

1) Observe as informações:



a) Quanto custa a camiseta? Justifique sua resposta.
b) Quanto custa o copo de suco? Justifique sua resposta.

Camiseta custou R$15,00 cada

O suco custou R$ 5,00 cada copo.

Analisando os dois cartazes com as ofertas, eu comparei um com o outro dividindo os preços entre os produtos para chegar ao valor de cada produto.

A resposta apresentada pela professora PA1 está correta, mas para podermos explorar como a professora chegou ao valor de cada camiseta e o valor de cada copo de suco, foi lhe perguntado:

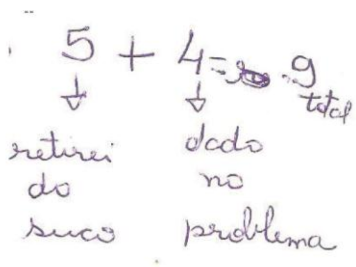
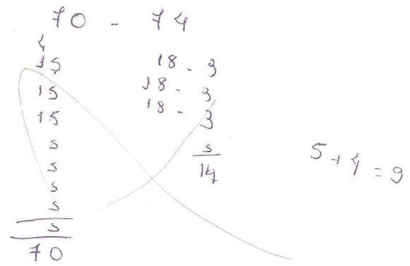
Quadro 02. Fase 2 - pergunta da pesquisadora relativa à resolução inicial de PA1

	Pergunta da pesquisadora	**Resposta de PA1**
1.	E se na primeira etiqueta fosse R$44,00 em vez de R$40,00, quais seriam as resposta para *a* e *b*?	a) Camiseta custará R$18,00 O suco custou R$4,00 Totalizando R$74,00[8] 18 x2 36 2 18 x3 54 5x4 20 2 18 x3 54 20

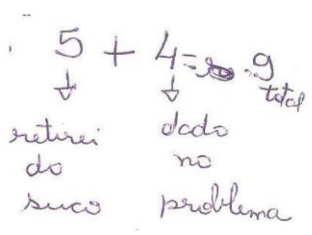
8 As respostas dadas por PA1 foram transcritas na forma original.

Novamente PA1 responde corretamente, porém não explicita a maneira que encontrou os valores para a camiseta e para o copo de suco.

Quadro 03. Fase 3 - pergunta da pesquisadora relativa à resposta de PA1

	Pergunta das pesquisadoras	**Respostas de PA1**
2.	Como você encontrou o valor R$18,00 para a camiseta e R$4,00 para o suco?	Aumentei o valor da camiseta e diminui o valor do suco. Retirei 1 real de cada suco totalizando  Distribui 3 reais a mais para cada camiseta ficando: 18 reais camiseta 4 reais suco. 

De acordo com as “contas” apresentadas por PA1 e pela sua explicação, ela trabalha com as duas compras ao mesmo tempo. Na primeira situação (R$ 40,00 para a primeira compra e R$ 30,00 para a segunda compra, preço da camiseta igual a R$ 15,00 e preço do copo do suco igual a R$ 5,00), como a pesquisadora muda a etiqueta da primeira compra de R$ 40,00 reais para R$ 44,00, ela retira R$ 1,00 de cada copo (duas compras juntas) totalizando R$ 5,00 mais R$ 4,00 do aumento que a pesquisadora propõe na primeira etiqueta totalizam R$ 9,00.



Esses R$ 9,00 ela divide entre as três camisetas (duas compras juntas), logo o preço de cada camiseta passa de R$ 15,00 para R$ 18,00 e o copo de suco passa de R$ 5,00 para R$ 4,00, porque ela retirou R$ 1,00 de cada copo.

Com a intenção de verificar se PA1 é capaz de escrever as informações utilizando alguma linguagem algébrica, a pesquisadora continua, com perguntas conforme mostra o quadro a seguir.

Quadro 04. Fase 4 - pergunta da pesquisadora relativa à resposta de PA1

	Pergunta da pesquisadora	Resposta de PA1
3.	Se chamarmos cada camiseta de c e cada copo de suco de s, como você representaria esse problema?	$2.c + 2.s = 44$ $1c + 3.s = 30$.

Nesta fase do trabalho com a prova em fases, já haviam sido realizadas várias tarefas abordando o pensamento algébrico, e algumas delas até a linguagem algébrica mais formal tinha sido utilizada pelas participantes. É possível que a forma de expressar o problema tenha sido influenciada por essas discussões.

Revendo o sistema de equações montado por PA1 neste problema:

$$2.c + 2.s = 44$$
$$1c + 3.s = 30.$$

e a manipulação apresentada na fase 5, percebemos que a professora substituiu *c* por *x* e *s* por *y*, depois substitui os valores 18 para *x* e 4 para *y*, verificando então que o total pago pelos produtos das duas etiquetas conferem 74 reais.

Quadro 05. Fase 6 - perguntas da pesquisadora relativas à resolução e as respostas de PA1

	Perguntas da pesquisadora	Respostas de PA1
4.	Por que você substituiu *c* e *s* por *x* e *y*?	A letra está sendo usada apenas para representar os valores, neste problema suco e camiseta. Eu poderia usar qualquer letra para representar esses valores.
5.	Depois você substituiu x por 18 (valor de cada camiseta) e y por 4 (valor de cada copo de suco) e se você não soubesse esses valores, como você faria para encontrá-los em: $2c + 2s = 44$ $1c + 3s = 30$?	Como não tem um c ou um s negativo para simplificar, não consigo resolver.

PA1 responde satisfatoriamente a pergunta 5 e, pode-se inferir nesse caso, que é possível que ela tenha mais segurança quando as incógnitas são representadas pelas letras *x* e *y*. Outra inferência é que, também é possível que PA1 saiba resolver sistemas de equações apenas por adição e, quando as disposições das incógnitas favoreçam a utilização desse método.

Nesta pesquisa, criamos um espaço de aprendizagem e de formação de professores dos anos iniciais. Para isso utilizamos a prova em fase na perspectiva da abordagem RME.

Em relação à prova em fases, pudemos perceber que houve diálogo entre professora e pesquisadora. Na análise das respostas das professoras, fica evidente a reflexão que pesquisadora e professoras fizeram para responder e formular cada uma das perguntas. Em alguns momentos, situações de contra exemplo foram apresentadas pela pesquisadora para observar o que a professora pensava a respeito da ideia proposta num outro momento. Com isso é possível reconhecer uma função formativa desse instrumento, pois proporcionou ao avaliado (e também ao avaliador) repensar suas elaborações. De acordo com Hadji (1994, p.63), a

> sua característica essencial é a de ser integrada na ação de "formação", de ser incorporada no próprio ato de ensino. Tem por objetivo contribuir para melhorar a aprendizagem em curso, informando o professor sobre as condições em que está a decorrer essa aprendizagem, e instruindo o aprendente sobre o seu próprio percurso, os seus êxitos e as suas dificuldades.

Com isso as professoras que participaram do projeto e a pesquisadora puderam ser beneficiadas em relação a sua formação já que a reflexão é fundamental neste processo.

5 – Referências

ARMANTO, D. **Teaching multiplication and division realistically in indonesian primary schools:** a prototype of local instructional theory. 2002. Thesis - University of Twente, Enschede, 2002.

BARLOW, M. **Avaliação escolar -** mitos e realidades. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BODGAN, R.; BIKLEN, S.. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Ed., 1994.

BURIASCO, R. L. C. **Avaliação em matemática**: um estudo das respostas de alunos e professores. 1999. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Marília, 1999.

______. Análise da produção escrita: a busca do conhecimento escondido. In: ROMANOWSKI, J. P.; MARTINS, P. L. O.; JUNQUEIRA, S. A. (Orgs). **Conhecimento local e conhecimento universal:** a aula e os campos do conhecimento. Curitiba: Champagnat, 2004.

BURIASCO, R. L. C.; SOARES, M. T. C. Avaliação de sistemas escolares: da classificação dos alunos à perspectiva de análise de sua produção matemática. In: VALENTE, W. R. **Avaliação em matemática:** história e perspectivas atuais. Campinas: Papirus, 2008, p. 101-142.

BURIASCO, R. L. C. Introdução à análise da produção escrita: prática de investigação em avaliação In: BATISTA, I. de L.; SALVI, R. F. (Orgs.) **Pós-Graduação em ensino de ciências e educação matemática**: um perfil de pesquisas. Londrina: EDUEL, v.1, p. 2009, p.157-166.

BURIASCO, R. L. C.; FERREIRA, P. E. A.; CIANI, A. B. Avaliação como prática de investigação (alguns apontamentos). **BOLEMA**, Rio Claro, v.33, p.69 - 95, 2009.

DALTO, J. O. **A produção escrita em matemática:** análise interpretativa da questão discursiva de matemática comum à 8ª série do ensino fundamental e a 3ª série do ensino médio da AVA/2002. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina 2007.

FERREIRA, P. E. A. **Análise da produção escrita de professores da educação básica em questões não-rotineiras de matemática**. 2009. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

FREUDENTAL, H. **Revisiting mathematics education.** Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.

GARNICA, A. V. M. História oral e educação matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) **Pesquisa qualitativa em educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GRAVEMEIJER, K.; DOORMAN, M. Context problems in realistic mathematics education: a calculus course as an example. **Educational Studies in Mathematics**, v. 39, n.1, p.111-129, jan. 1999.

HADJI, C. **A avaliação regras do jogo:** das intenções aos instrumentos. 4. ed. Portugal: Porto Ed., 1994.

______. **Avaliação desmistificada.** Porto Alegre: Artmed, 2001.

PEREGO, F. **O que a produção escrita pode revelar? Uma análise de questões de matemática**. 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006.

PEREGO, S. C. **Questões abertas de matemática:** um estudo de registros escritos. 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

SANTOS, E. R. dos. **Estudo da produção escrita de estudantes do ensino médio em questões discursivas não rotineiras de matemática**. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática)- Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

TREFFERS, A. **Three dimensions**: a model of goal and theory description in mathematics instruction – the wiskobas project. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1987.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. **Assessment and realistic mathematics education**. Utrecht: CD-ß Press/Freudenthal Institute, Utrecht University, 1996.

VILLAS BOAS, B. M. de F.. Projeto interventivo e portfólio: construindo a avaliação formativa. In: DALBEN, A. I. L. L. de. **Convergências e tensões no campo da formação e do trabalho docente**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

VIOLA DOS SANTOS, J.; BURIASCO, R. L. C. de.; FERREIRA, P. E. A. Interpretações de alunos da educação básica para a ideia de recorrência em uma questão aberta de matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.12, n.1, p. 143-163, 2010.