

# **A Mediação da Tecnologia para a Construção do Conhecimento Matemático acerca de Funções de Várias Variáveis**

Fabio Luiz de Oliveira<sup>1</sup>

Regina Helena de Oliveira Lino Franchi<sup>2</sup>

GD6 – Educação Matemática, Tecnologias Informáticas e Educação à Distância

## **Resumo**

O presente texto apresenta um projeto de pesquisa de Mestrado em Educação Matemática, em fase inicial. A motivação e interesse deste projeto surgiram ao longo da docência das disciplinas de Cálculo nos cursos de Engenharia e de problemas observados como as dificuldades de aprendizagem e o elevado número de reprovações e desistência por parte dos alunos. Pretendemos pesquisar como o uso adequado das tecnologias, em especial o uso do computador, pode contribuir para a criação de ambientes de aprendizagem favoráveis à produção do conhecimento matemático acerca de Funções de Várias Variáveis. Esta pesquisa pretende utilizar o software MAXIMA, por se tratar de um software de licença livre, que permite trabalhar nas formas gráfica, algébrica e numérica. A Metodologia de pesquisa a ser utilizada é a qualitativa

**Palavras-Chave:** Cálculo a Várias Variáveis. Tecnologias de Informação e Comunicação. Conhecimento Matemático.

## **1. Introdução**

Este trabalho trata-se de um projeto de pesquisa, que está ainda sendo elaborado, vinculado ao Programa de Mestrado Profissional em Educação da Universidade Federal de Ouro Preto. A pesquisa se enquadra na Linha de Pesquisa 1 do Programa em questão, intitulada: Educação Matemática Superior, Informática Educacional e Modelagem Matemática. A pesquisa, a ser desenvolvida pelo primeiro e orientada pelo segundo autor

---

<sup>1</sup> Mestrando do Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da UFOP (email: [professorfabio.oliveira@gmail.com](mailto:professorfabio.oliveira@gmail.com))

<sup>2</sup> Docente do Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática da UFOP, Orientadora (email: [reginafranchi@uol.com.br](mailto:reginafranchi@uol.com.br))

desse trabalho, tem como objetivo principal investigar as contribuições da utilização das tecnologias de informação e comunicação para a construção do conhecimento matemático a cerca das funções de várias variáveis. Pretende-se usar a metodologia de pesquisa qualitativa para obtenção e análise dos dados. Os sujeitos da pesquisa serão estudantes dos cursos de engenharia de uma Instituição de Ensino Superior privada localizada no interior do Estado de Minas Gerais.

## **2. Interesse pela Pesquisa e relevância do tema**

O interesse pelo tema da pesquisa vem da experiência de atuação docente do pesquisador (primeiro autor desse trabalho), no ensino superior nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral<sup>3</sup> nos cursos de Engenharias. Fatos constatados foram: o elevado número de reprovações desta disciplina, as dificuldades de aprendizagem e de atribuição de significados por parte dos alunos, as dificuldades para relacionar os conhecimentos da disciplina de Cálculo com as outras disciplinas do curso e as dificuldades de elaborarem conjecturas relativas aos temas que estão estudando. Pode ser observado também o grande “distanciamento” existente, na percepção do aluno, entre os conceitos abordados no Cálculo de uma variável e seus análogos no Cálculo de várias variáveis.

Considerando as dificuldades apontadas e considerando também a importância do Cálculo como disciplina básica em uma grande variedade de cursos no ensino superior no Brasil: engenharias, estatística, matemática, física, química, entre outros, surgiu a motivação para o desenvolvimento desta pesquisa, que se refere à construção do conhecimento matemático acerca de Funções de Várias Variáveis, com uso de Tecnologias de Informação e Comunicação.

Os grandes avanços tecnológicos das últimas décadas têm causado significativas mudanças na sociedade atual, tanto no “modo de pensar” quanto no “modo de viver”. As Tecnologias de Informação e Comunicação (computadores, celulares, tablets, etc.) estão presentes no cotidiano de alunos e professores. Portanto, é importante investigar sobre as possibilidades de incorporar o uso dessas tecnologias nos contextos escolares e sobre sua contribuição para a Educação. O computador, com o uso de softwares apropriados, pode ser um dos recursos utilizados para aprendizagem em diversas áreas, inclusive o Cálculo.

---

<sup>3</sup> Usaremos daqui em diante a palavra “Cálculo” para nos referirmos ao “Cálculo Diferencial e Integral”

Para fundamentar e situar este tema no cenário nacional, realizamos um levantamento no banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) no dia 2 de Maio de 2012. A pesquisa considerou os trabalhos relacionados ao ensino de Cálculo e ao uso das Tecnologias da Comunicação e Informação no ensino de Cálculo, a partir de 2002. Os resultados mostram que foram defendidas 36 dissertações e 8 teses relacionadas ao tema, sendo que apenas 3 estão diretamente relacionadas ao Cálculo de Várias Variáveis, indicando a relevância de pesquisas nessa área.

Esta pesquisa pretende investigar de que maneira o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação, em especial o computador, pode mediar a produção do conhecimento matemático acerca de conceitos de Cálculo no que se refere a Funções de Várias Variáveis. Pretende-se investigar a possibilidade de criar ambientes de aprendizagem nos quais os estudantes, com uso das tecnologias, possam explorar os conceitos matemáticos, quando possível em situações contextualizadas, de modo que possam elaborar e testar conjecturas acerca dos conteúdos e também atribuir significados a esses conteúdos. Para tanto pretende-se aproveitar características que o computador oferece, como as possibilidades de trabalhar diferentes representações: gráficas, numéricas e algébricas.

Pretendemos utilizar o software MAXIMA<sup>4</sup>, que é um CAS<sup>5</sup> livre, de fácil uso e com funções similares a outros softwares (comerciais) como o MAPLE<sup>6</sup>, propicia as representações algébrica, numérica e gráfica para um mesmo objeto, além de ter bons recursos de manipulação de imagens tridimensionais e cálculo algébrico.

### **3. Referenciais Teóricos**

Sendo a pesquisa relacionada ao uso de tecnologias para a criação de ambientes favoráveis ao trabalho com conceitos de Cálculo de funções de mais de uma variável, será

---

<sup>4</sup> Maxima é derivado do sistema Macsyma, desenvolvido no MIT (Massachusetts Institute of Technology) nos anos de 1968 a 1982 como parte do Projecto MAC (Machine Aided Cognition)

<sup>5</sup> Computer Algebra System

<sup>6</sup> Maple é um sistema de computação algébrica comercial desenvolvido pelo Grupo de Computação Simbólica da Universidade de Waterloo.

feita uma pesquisa bibliográfica relativa ao uso de tecnologias na Educação Matemática e ao ensino de Cálculo, com ênfase nas funções de mais de uma variável.

### **3.1 O Ensino de Cálculo**

O ensino de Cálculo tem sido objeto de diversas pesquisas na atualidade. Autores como Franchi (1999), Villarreal (1999), Catapani (2001) apontam que os alunos têm muita dificuldade de aprendizagem, não conseguindo se apropriar de maneira eficiente dos conceitos da disciplina, muitas vezes não conseguindo atribuir significados aos temas estudados e tendo dificuldade de estabelecer relações do Cálculo com outras disciplinas dos diferentes cursos nos quais o Cálculo se insere.

Desta maneira, observamos um elevado número de reprovações e de evasão nos primeiros períodos dos cursos da área de Ciências Exatas. Isso nos leva a um questionamento sobre qual o papel do Cálculo nos cursos de engenharias, e também sobre a função do professor neste cenário.

A prática de muitos professores é centrada nas aulas expositivas, na memorização, em detrimento da compreensão, onde o aluno assume posição passiva nos processos de ensino e aprendizagem.

Villarreal (1999) afirma que, quando o ensino de Cálculo segue uma metodologia tradicional, baseada na exposição teórica – exemplos – exercícios, torna-se algoritmizado e sua aprendizagem fica reduzida a memorização e aplicação de técnicas e regras. Na visão da autora, existe uma formalização precoce de conceitos, gerando dificuldades aos estudantes.

Nossa experiência como docentes nos permite afirmar que muitas vezes, mesmo os alunos que tiveram um bom desempenho no Cálculo a Uma Variável, tem dificuldades quanto à representação gráfica, visualização, atribuição de significados e compreensão das definições relativas ao Cálculo de Várias Variáveis.

De acordo com Alves (2011), não existem muitos estudos que analisam a transição interna do Cálculo a uma Variável Real para o Cálculo da Várias Variáveis, tanto no cenário nacional como internacional.

### **3.2 As Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática**

As Tecnologias da Informação e Comunicação estão presentes na vida diária da sociedade atual e pode-se dizer que sua inserção nos contextos escolares é praticamente inevitável.

Estudos têm apontado diferentes possibilidades do uso das tecnologias contribuindo para a aprendizagem da Matemática. Entre as potencialidades apontadas estão a facilidade e rapidez na obtenção de respostas, as possibilidades de realizar simulações, as possibilidades de efetuar cálculos numéricos e algébricos, as possibilidades de visualização, entre outras. Segundo Kawasaki (2008, p.43), “[...] parece haver consenso entre educadores matemáticos sobre o valor pedagógico da visualização no ensinar e no aprender e até mesmo no “fazer” Matemática.”

Segundo Machado (2008):

Dadas as potencialidades de representação gráfica e de simulação pelo computador, permite-se a elaboração de atividades, não só de exploração e pesquisa, como de recuperação e desenvolvimento. Constituem-se então num valioso apoio a estudantes e professores, sugerindo a sua utilização sempre que oportuna e possível. (MACHADO, 2008, pag 9)

Villarreal (1999) apresenta a ideia de que o computador oferece a possibilidade de observar processos de construção de conhecimento matemático que não apareciam em outros ambientes e que vão além do simples uso do computador para resolver um determinado problema matemático, privilegiando a compreensão conceitual em vez da aprendizagem da técnica.

Para Borba(1999) e Borba e Villarreal (2005) o processo de produção do conhecimento é configurado por um coletivo de atores humanos e não humanos. Afirmam que as diferentes mídias, como a oralidade, a escrita e informática possibilitam a reorganização de nosso pensamento, condicionando a forma como produzimos conhecimento

A exploração das diferentes possibilidades de uso das tecnologias requer a criação de ambientes favoráveis para que a aprendizagem aconteça. Skovsmose (2000) caracteriza diferentes tipos de ambientes de aprendizagem. Um desses possíveis ambientes é o que chama de “Cenários para investigação”, sendo estes os que podem dar suporte a um

trabalho de investigação. Para se instalar esse cenário os alunos são convidados a formularem questões e buscarem explicações. Quando os alunos aceitam esse convite, o cenário de investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem no qual os alunos são responsáveis pelo processo. O autor destaca também a possibilidade das tecnologias favorecerem o estabelecimento desses cenários:

Os computadores na educação matemática têm ajudado a estabelecer novos cenários para investigação (embora alguns programas fechados tentem eliminar incertezas, ajustando as actividades ao paradigma do exercício). O computador desafiará a autoridade do professor (tradicional) de matemática. Alunos trabalhando com, por exemplo, geometria dinâmica facilmente encontram possíveis situações e experiências que os professores não previram ao planejarem a aula (SKOVSMOSE, 2000, p. 66 a 91)

No desenvolvimento da pesquisa pretendemos aprofundar estudos teóricos relativos aos eixos aqui indicados, enfocando principalmente os ambientes de aprendizagem, o ensino de Cálculo, a reforma do Cálculo e o uso de Tecnologias na Educação Matemática, especialmente no que se refere às Tecnologias no ensino de Cálculo. Pretendemos estudar autores como Alves (2011), Franchi (1993, 2002), Villarreal (1999), Catapani (2001), Barufi (1999), Pinto (2001), Soares e Sauer (2004), Resende (2003), Olimpio Junior (2006), Kawasaki (2008), Borba (2002), Borba e Penteado (2001), Borba e Villarreal (2005), Skovsmose (2000), entre outros.

O aprofundamento dos estudos teóricos possibilitará a definição dos referenciais a serem utilizados na pesquisa. No entanto, os estudos preliminares permitem identificar a possibilidade de escolha dos seguintes referenciais:

- Skovsmose, no que diz respeito aos ambientes de aprendizagem, com destaque para os cenários de investigação. As investigações seriam acerca dos conceitos matemáticos (mediadas pela tecnologia) e acerca de situações problemáticas contextualizadas (que contribuiriam para a atribuição de significados aos conceitos matemáticos);
- Borba e Villarreal no que diz respeito ao constructo seres-humanos-com-mídias, a partir do qual o conhecimento matemático acerca de Funções de Várias Variáveis seria produzido;

- Alves no que diz respeito à transição do Cálculo de Uma Variável para o Cálculo de Várias Variáveis.

#### **4. A Pesquisa**

A pesquisa refere-se à utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino de Cálculo, mais especificamente no Cálculo de Várias Variáveis. Tem o propósito de investigar as contribuições de uma proposta de atividades mediadas pelo uso de tecnologias, com ênfase na utilização do computador, para a produção do conhecimento matemático, relacionado a Funções de Várias Variáveis.

##### **4.1 Questão de Investigação**

Considerando a importância da utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino de Cálculo, formulamos a seguinte questão de investigação: *“Como a utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação pode favorecer a construção do conhecimento matemático acerca de Funções de Várias Variáveis?”* Assim, o objeto de estudo será a construção do conhecimento matemático acerca de Funções de Várias Variáveis mediada pelo uso das Tecnologias da Informação e Comunicação.

##### **4.2 Objetivo Geral**

O objetivo principal dessa pesquisa é identificar possíveis contribuições da utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação na constituição de ambientes de aprendizagem, com o propósito de favorecer a construção do conhecimento matemático acerca de Funções de Várias Variáveis pelos alunos de um curso de Engenharia.

##### **4.3 Objetivos específicos**

- Investigar possibilidades de utilização de Tecnologias de Informação e Comunicação para ensino de Cálculo

- Identificar recursos de tratamento gráfico, numérico e algébrico do software Máxima para Funções de Duas Variáveis.
- Identificar possibilidades de utilização de diferentes mídias para exploração de conceitos de Cálculo, especialmente no que diz respeito à transição do Cálculo a Uma Variável para o Cálculo a Várias Variáveis.

#### **4.4 Metodologia e Procedimentos**

Será utilizada a Metodologia de Pesquisa Qualitativa para coleta, organização e análise dos dados. Para tanto serão realizados:

- Pesquisa teórico-bibliográfica: levantamento de informações na literatura específica relativas ao uso das Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática, ao ensino de Cálculo, à metodologia de pesquisa qualitativa e outras informações relevantes para o estudo. Pela pesquisa bibliográfica já realizada para elaboração desse projeto, pretende-se principalmente aprofundar estudos relativos à construção de ambientes de aprendizagem (Skovsmose, 2000), à produção do conhecimento pelo coletivo seres-humanos-com-mídias (Borba, 1999, 2001 e Borba e Villarreal, 2005) e à transição do Cálculo de uma para duas ou mais variáveis (Alves, 2011);
- Análise do material bibliográfico pesquisado: seleção e análise das principais tendências identificadas na pesquisa bibliográfica, bem como as principais categorias teóricas para análise dos dados de pesquisa;
- Elaboração de atividades: elaborar atividades com utilização de tecnologias para trabalhar conceitos relativos a funções de mais de uma variável, considerando as tendências identificadas, enfocando principalmente os referenciais teóricos escolhidos;
- Implementação de atividades: aplicar as atividades em aulas das disciplinas Cálculo III na Instituição de Ensino Superior onde será realizada a pesquisa.
- Análise: Avaliar o processo de aplicação das atividades e os resultados obtidos. A análise dos dados será feita com base nos pressupostos da metodologia de pesquisa qualitativa, considerando eixos identificados a partir do referencial teórico escolhido ou outros que emergirem no processo;
- Elaboração de relatório de pesquisa.

A pesquisa de campo está prevista para ser realizada no 1º semestre de 2013, com alunos regularmente matriculados no 3º período do curso de Engenharia de uma Instituição de Ensino Superior localizada no interior do Estado de Minas Gerais. A escolha para o desenvolvimento da pesquisa nesta Instituição é pelo fato de ser o local onde o pesquisador exerce suas atividades docentes. Por este motivo o desenvolvimento da pesquisa acontecerá em suas próprias turmas.

Esta pesquisa de campo terá a duração de aproximadamente 8 semanas, com encontros semanais, totalizando 32 horas. As atividades elaboradas pelo pesquisador em conjunto com sua orientadora da pesquisa, que também acompanhará seu desenvolvimento, serão realizadas pelos alunos sob a orientação e supervisão do pesquisador.

As atividades serão executadas durante as aulas, que são 4 semanais sendo 2 aulas por dia, no laboratório de informática com a utilização do software MÁXIMA.

Os instrumentos utilizados para coleta de dados serão: materiais produzidos pelos alunos durante a realização das atividades, gravações e filmagens das aulas, relatórios dos alunos, anotações no diário de campo do pesquisador.

Os dados serão analisados de acordo com os eixos indicados, procurando identificar se houve e quais foram as contribuições da proposta para a construção do conhecimento matemático acerca de Funções de Várias Variáveis.

## **5. Considerações Finais**

Como explicitado na introdução deste trabalho, este projeto de pesquisa está em fase de elaboração. Espera-se, com a realização das tarefas iniciais, aprofundar as ideias aqui apresentadas, tanto no que diz respeito aos referenciais teóricos como metodológicos.

Espera-se também que esta pesquisa nos permita apresentar alternativas para trabalhos visando a aprendizagem de Funções de Várias Variáveis, que incorporem as tendências identificadas sobre a utilização de Tecnologias no ensino de Cálculo, possibilitando a produção do conhecimento pelo aluno.

## 6. Referências Bibliográficas

ALVES, F. R. V. **Aplicações da sequência Fedathi na promoção do raciocínio intuitivo no cálculo a várias variáveis**. 2011. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.

BARUFI, M. C. B. **A construção/ Negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. (Tese) São Paulo: USP, 1999.

BORBA, M. C. Tecnologias informáticas na educação matemática e reorganização do pensamento. In: BICUDO, M. A. da V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções & perspectivas**. São Paulo: Unesp, 1999. cap. 16, p. 285-295.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking**: Information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2005.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

CATAPANI, E. C. Cálculo em serviço: um estudo exploratório. São Paulo: **Bolema/Unesp**, 2001, ano 14, nº 16. p.48-62.

FRANCHI, R. H. de O. L. **A modelagem matemática como estratégia de aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Engenharia**. 1993. 148 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1993.

FRANCHI, R. H. O. L. **Uma proposta curricular de matemática para cursos de engenharia utilizando modelagem matemática e informática**. 2002. 189 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

KAWASAKI, T. F. **Tecnologias na sala de aula de matemática: resistência e mudanças na formação continuada de professores**. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.

MACHADO, R. M. **A Visualização na resolução de problemas de Cálculo Diferencial e Integral no ambiente computacional MPP**. 2008. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Estadual de Campinas, 2008.

OLIMPIO JUNIOR, A. **Compreensões de conceitos de cálculo diferencial no primeiro ano de matemática** - uma abordagem integrando oralidade, escrita e informática. 2006. Tese (Doutorado) – Programa de Pós- Graduação em Educação Matemática – Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), UNESP – Rio Claro.

PINTO, M. M. F. Discutindo a transição dos cálculos para a análise real. In: LACHINI, J. e LAUDARES, J. B. (Org.). **Educação Matemática: a prática educativa sob o olhar de professores de cálculo**. Belo Horizonte: FUMARC, 2001. p.s 123 – 145.

REZENDE, W.M. O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica. In: In: MACHADO, N. J.; CUNHA, M. O. (Org.). **Linguagem, Conhecimento, Ação**: ensaios de epistemologia e didática. Coleção Ensaios Transversais, vol. 23. São Paulo: Escrituras, 2003. p.s 170 – 185.

SOARES, E. M. S. e SUAER, L. Z. Um novo olhar sobre a aprendizagem de matemática para a engenharia. In: CURY, H. N. (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores**: reflexões, relatos e propostas.. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p.s 245-270.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para investigação**. Tradução de Jonei Cerqueira Barbosa. **Bolema**, Rio Claro, SP, ano 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

VILLARREAL, M.. **O pensamento matemático de estudantes universitários de Cálculo e tecnologias informáticas**. 1999. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1999.