

Uma Abordagem Investigativa do Pensamento Algébrico em uma Turma 9º ano do Ensino Fundamental

Autor: Murillo Preto Cardoso Junior

Orientadora: Prof. Dra. Regina Célia Grando

GD2 – Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

RESUMO

Nesta pesquisa, em andamento, buscamos investigar o ensino e aprendizagem da álgebra por meio de tarefas e situações de investigação e exploração do pensamento algébrico em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual do interior de São Paulo. A pesquisa permeia-se na mediação pedagógica através de tarefas exploratório-investigativas na perspectiva da Resolução de Problemas e da Educação Matemática Crítica. Temos como foco de análise a mobilização de saberes e significações desenvolvidas, pelos alunos, durante a realização das tarefas tanto na forma oral como escrita. Abordamos como referencial teórico pesquisas no campo da resolução de problemas, investigações matemáticas e desenvolvimento do pensamento algébrico, com ênfase em processos de ensino e de aprendizagem. A pesquisa é de abordagem qualitativa e está sendo desenvolvida na própria sala de aula do professor pesquisador. A produção dos dados está sendo realizada por meio de: o diário de campo elaborado pelo professor-pesquisador, as áudio-gravações, e os registros escritos e reflexivos desenvolvidos pelos alunos durante o desenvolvimento das situações de aprendizagem. No momento, a pesquisa encontra-se no processo de escrita e análise de dados.

Palavras-chave: Pensamento Algébrico, Investigações Matemáticas, Ensino e Aprendizagem.

1. INTRODUÇÃO

As discussões sobre o ensino da álgebra e do pensamento algébrico têm tomado caminhos diferentes sobre como ela pode ser ensinada e trabalhada no contexto escolar. Cada caminho, observado nestas discussões, defendem abordagens algébricas como a

1. Professor de Matemática da rede estadual de São Paulo e mestrando em Educação pelo Programa Stricto Sensu em Educação da Universidade São Francisco (USF), E-mail: murillo.cardosojr@gmail.com
2. Doutora em Educação pela Universidade de Campinas/UNICAMP. Professora do Curso de Pós-Graduação da Universidade São Francisco – USF/Itatiba. E-mail: regrando@yahoo.com.br

tradicional, formalista ou mesmo investigativas. Essa como uma abordagem significativa para o ensino da álgebra.

Porém observamos que todas as discussões apontam que o ensino da álgebra e/ou o desenvolvimento do pensamento algébrico no contexto escolar ainda é uma grande incógnita a ser discutida, principalmente pela dificuldade dos alunos em compreender os conceitos envolvidos, a sua importância e o seu significado.

Perante a estas discussões optamos por investigar o ensino e a aprendizagem do pensamento algébrico por meio de atividades que se aproximam de uma abordagem exploratório-investigativas e de resolução de problemas, bem como investigar o papel do professor perante a esta abordagem e as dificuldades apresentadas no ensino da álgebra no contexto escolar. Para tanto, partimos de quatro tarefas envolvendo Resolução de Problemas que envolvessem o pensamento algébrico, de modo a acompanhar o desenvolvimento dos conceitos e do pensamento algébricos ao longo das tarefas, na medida em que fossem realizadas pelos alunos de uma turma de 9º Ano do Ensino Fundamental de uma Escola Pública Estadual do Município de Louveira, interior do estado de São Paulo, no qual o pesquisador assume o papel de professor dessa turma.

Como a pesquisa encontra-se em andamento, este trabalho refere-se apenas a parte da pesquisa, compreendendo o embasamento teórico, metodologia proposta e alguns resultados preliminares obtidos sobre as tarefas desenvolvidas.

2. O ENSINO DA ALGÉBRA NO CONTEXTO ESCOLAR

Moura e Sousa (2008) apresentam uma pesquisa na qual evidenciam, através de memórias de alunos do curso de pedagogia, que o ensino de matemática tornou-se desestimulante a partir do momento em que estes começaram a se envolver com os conceitos algébricos. Da mesma maneira que os alunos apresentam dificuldades em compreender os conceitos algébricos os professores encontram dificuldade em ensiná-los, principalmente, pelo formalismo exigido na linguagem algébrica. Moura e Sousa (2008) ainda remetem que este formalismo no ensino da álgebra pode ser um agravante as dificuldades apresentadas pelos alunos para a compreensão do conceito algébrico. Porém, neste trabalho, não buscamos evidenciar se o formalismo da álgebra impede o seu

desenvolvimento conceitual. Consideramos que o formalismo necessita ser atingido conforme uma necessidade de generalização e representação formal do pensamento algébrico.

Desta forma compreendemos, assim como Sousa (2004), que para o desenvolvimento do pensamento algébrico há de se considerar diferentes aspectos, tanto conceituais quanto relacionados à linguagem para que se desenvolva uma linguagem formalista exigida pela natureza da álgebra. Ou seja, o pensamento algébrico não pode ser algo imposto ou muito menos é algo natural do ser, ele é constituído e formado através das mobilizações de conceitos e de experiências dos alunos e do professor no reconhecimento de padrões, observação de regularidades, estabelecimento de relações, percepções de dependência, de variância, invariância, etc. Portanto a álgebra pode fazer parte das experiências e significações produzidas por alunos e pelo professor no o contexto escolar.

Talvez, por esta não naturalidade do pensamento algébrico conciliado ao rigor e ao formalismo da escrita matemática é o que o torne uma verdadeira “pedra no sapato” de alunos e professores no processo de ensino e aprendizagem da álgebra.

Nestes parâmetros partimos do pressuposto de investigar o ensino do pensamento algébrico através de uma abordagem que possibilitasse vivências e mobilizações de conceitos tanto aos alunos como ao professor-pesquisador. Assim optamos por adotar uma abordagem exploratório-investigativa, que em nossa visão surge a partir do momento que nos deparamos com uma situação problema e passamos a tentar resolvê-la, explorando-a ou produzindo novos questionamentos. A principal característica da atividade exploratório-investigativa é que ela se constitui em um problema “aberto” em que muitas outras questões podem ser pensadas e investigadas, a partir dela.

Entendemos que a resolução de problemas quando adotada como uma metodologia de ensino aborda a capacidade do aluno em resolver, analisar e interpretar situações problemas como propor uma nova situação a ser investigada. A proximidade entre o campo da investigação e a Resolução de Problemas pode ser situada, principalmente, pelo processo de inquirição que ambos apresentam em comum como pelas conjecturas que devem ser mobilizadas em ambas, assim como afirma Ponte e Matos (1996):

As investigações matemáticas têm aspectos comuns com outros tipos de actividades de resolução de problemas. Envolvem processos de raciocínio

complexos e requerem um elevado grau de empenhamento e criatividade por parte do aluno.

3. METODOLOGIA DE PESQUISA

Baseamo-nos em uma metodologia qualitativa assumindo a concepção da Pesquisa-Ação Estratégica.

Em Ludke e André (1986), podemos evidenciar cinco características que nos conduzem a um entendimento mais esclarecedor quanto à pesquisa qualitativa.

- a) A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento, sendo que na presente pesquisa a produção de dados, foi realizada no ambiente escolar do aluno e o professor-pesquisador participou ativamente desta produção;
- b) Os dados produzidos são predominantemente descritivos; os dados referentes à pesquisa foram obtidos através das anotações realizadas no diário de campo do professor-pesquisador, nos registros escritos dos alunos e nos arquivos de áudio-gravações realizadas, tais quais foram transcritos posteriormente;
- c) A preocupação com o processo é maior do que com o produto, ou seja, apresentamos uma maior preocupação com os momentos de construção do conhecimento do que a validação dos métodos e ferramentas aplicadas como propícios à aprendizagem.
- d) O significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida são focos de atenção especial pelo observador, as diferentes reflexões e observações são de plena importância para a análise dos dados. Nessa pesquisa, considera-se o processo de significação por alunos sobre a álgebra, por meio da mediação do professor;

- e) A análise dos dados tende a seguir um processo indutivo. Uma análise inferencial dos dados obtidos baseando-se nas interpretações que os dados possibilitem, é o que pretendemos fazer por meio da análise de conteúdos e definição de categorias de análise.

Temos que compreender que a pesquisa qualitativa tende a uma relevância para as pesquisas realizadas no campo das ciências sociais. LUDKE e ANDRÉ (1986) apontam que as pesquisas em educação, um campo social, refletem a pesquisa qualitativa, pelo fato de não possibilitar a mensuração dos dados, mas a interpretação do conjunto de dados de uma forma mais ampla. Concordamos, neste ponto, com GOLDENBERG (1997, p.53):

Os dados qualitativos consistem em descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos. Estes dados não são padronizáveis como os dados quantitativos, obrigando o pesquisador a ter flexibilidade e criatividade no momento de coletá-los e analisá-los.

Em uma perspectiva da Pesquisa-Ação, podemos afirmar a existência de três categorias de pesquisa-ação, como evidencia FRANCO (2005).

- a) a pesquisa-ação colaborativa, em que todos os sujeitos, neste caso um termo mais adequado seria colaboradores, participam do planejamento, da ação e da análise dos dados coletados. De modo a transformar os próprios colaboradores e pesquisadores;
- b) a pesquisa-ação crítica que acontece quando o pesquisador percebe a necessidade de uma transformação dentro do grupo e o mesmo se sustenta em uma reflexão crítica coletiva;
- c) a pesquisa-ação estratégica, diferente das demais, nesta pesquisa não há participação direta dos sujeitos, como pesquisadores, mas como colaboradores, sujeitos da pesquisa. A transformação tende a se pautar em atividades pré-elaboradas pelo pesquisador buscando a mudança de hábitos ou conceitos e toda a análise é exclusivamente do pesquisador.

A discussão sobre este formato de pesquisa se torna interessante quanto à produção de dados, pois nos evidencia como os mesmos vão ocorrer, ou melhor, nos sugere em quais momentos os dados estarão sendo produzidos. O momento de elaboração das atividades o pesquisador cria um plano de ação com o propósito de delinear o andamento das atividades que serão desenvolvidos, as quais estabeleceram os dados a serem produzidos e analisados posteriormente.

3.1 Os sujeitos da pesquisa

A pesquisa fora realizada em uma turma de 9º ano do ensino fundamental em uma escola da rede estadual de ensino do município de Louveira, estado de São Paulo, na qual o professor-pesquisador é professor de matemática, inclusive da turma em questão. Podemos constatar que os sujeitos de pesquisa não foram escolhidos de forma aleatória, mas com certa intencionalidade, devido às suas características participativas e forte interação entre os alunos e professor.

As atividades foram realizadas no espaço escolar, e durante as aulas do próprio professor-pesquisador, vinculando o conteúdo que estava sendo estudado com as atividades e situações previstas na pesquisa, as quais serão detalhadas adiante, neste momento apenas nos pautaremos a caracterizar os sujeitos que participaram da pesquisa.

A turma conta com 35 alunos matriculados, os quais são participativos e se envolvem nas tarefas propostas pelo professor-pesquisador, mas este número oscilou durante a realização da pesquisa devido às faltas que ocorreram no desenrolar dos dias letivos.

3.2 As atividades a serem desenvolvidas

Pensando no foco desta pesquisa desenvolvemos uma sequência de quatro tarefas pautadas na Resolução de Problemas, as quais consideramos que favorecessem um ambiente de investigação e inquirição, sendo este um ambiente que propicia a produção de significados para as atividades e para os conceitos matemáticos envolvidos.

Dentro deste parâmetro cada uma das atividades apresenta por si uma relação de conceitos fundamentais que nortearam o desenvolvimento do conceito de variável da álgebra.

Partindo deste conceito de variável, procuramos elaborar tarefas que envolvessem situações que mostrem o movimento numérico, possibilitado pela variável da álgebra, e que a partir delas pudéssemos produzir o conceito de variável junto com os sujeitos da pesquisa. Devemos destacar que a nossa preocupação foi o trajeto e não os resultados obtidos diante destas situações.

4. ANÁLISE PRELIMINAR DA PRIMEIRA ATIVIDADE E ALGUMAS DISCUSSÕES

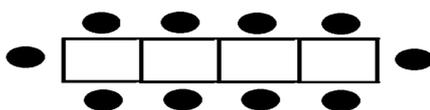
A primeira das tarefas, Quadro 1, realizadas pelos alunos consistia em um problema clássico da matemática que envolvia o pensamento algébrico.

QUADRO 1 – ENUNCIADO DA PRIMEIRA TAREFA

Atividade 1 – Pensamento Algébrico

Grupo: _____

Em uma festa de aniversário, os pais do aniversariante resolveram organizar pequenas mesas quadradas de quatro lugares. Estas mesas foram organizadas de maneira que formassem uma única mesa. Como mostra a imagem a seguir:



Como é de costume do professor-investigador, pedimos que os alunos se mobilizassem em grupos de quatro a cinco pessoas e que dessem um nome ao grupo para facilitar a organização nos momentos de socialização, de apresentações das ideias e conclusões obtidas pelo grupo.

Iniciamos a atividade evidenciando algumas relações importantes como a importância do registro escrito da resolução desenvolvida pelo grupo, o pensamento realizado e o registro das diferentes ideias produzidas pelos grupos (verdades provisórias), que o grupo teve para chegar à conclusão apresentada em sua resposta final.

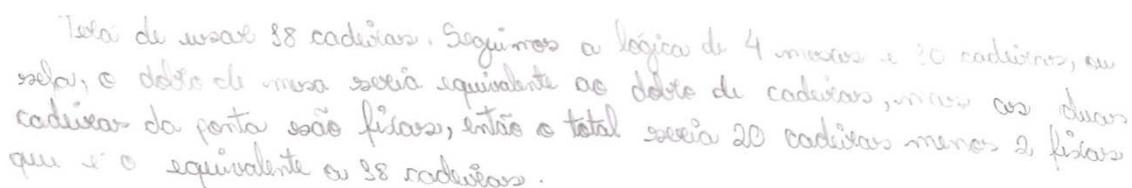
Portanto evidenciamos um momento de suma importância para essa análise preliminar presente nesta pesquisa: o momento de realização e desenvolvimento da situação problema, em que cada grupo pensou, refletiu, criou hipóteses e desenvolveu a resolução para a situação apresentada.

4.1 Desenvolvimento da Tarefa 1 - Grupo Metallica

O Grupo de alunos intitulado “Metallica”, devido aos integrantes, do grupo, serem fãs da banda de Heavy Metal em questão, apresentou um interessante desenvolvimento da tarefa proposta o que surpreendeu o professor-pesquisador. Por tal motivo escolhemos este grupo para começar a realizar as nossas análises preliminares.

A primeira problematização, da tarefa 1, pedia para que os alunos pensassem em quantas cadeiras seriam necessárias se fossem colocadas oito mesas conforme o sistema adotado pelos pais do aniversariante. O raciocínio e a resposta apresentada pelo grupo estão apresentados na Figura 1.

FIGURA 1 – RESPOSTA DO GRUPO METALLICA



Terá de usar 18 cadeiras. Seguimos a lógica de 4 mesas e 10 cadeiras, ou seja, o dobro de mesas seria equivalente ao dobro de cadeiras, mas as duas cadeiras da ponta são fixas, então o total seria 20 cadeiras menos 2 fixas que é o equivalente a 18 cadeiras.

Segue a transcrição da resposta apresentada pelo Grupo “Metallica”:

[Terá de usar 18 cadeiras. Seguimos a lógica de 4 mesas e 10 cadeiras, ou seja, o dobro de mesas seria equivalente ao dobro de cadeiras, mas as duas cadeiras da

ponta são fixas, então seria 20 cadeiras menos 2 fixas que é o equivalente a 18 cadeiras.]

Na segunda questão era colocada a seguinte situação: o aniversariante empolgado esqueceu-se de avisar os pais sobre a quantidade de pessoas que havia convidado. No momento em que os 36 convidados chegaram haviam 10 mesas colocadas sob a organização estipulada. Os pais do aniversariante ficaram em dúvida se seria necessário acrescentar mais mesas à sua organização ou se a quantidade de mesas era suficiente para acomodar a todos. E agora, os pais do aniversariante deveriam acrescentar mais mesas? Se sim quantas?

A resposta do grupo está apresentada na Fig. 2.

FIGURA 2 – RESPOSTA DO GRUPO METALLICA

Transcrição da resposta apresentada na Fig. 2,

Claro (sim, vivo, oi). Deviam ser acrescentadas 7 mesas.
Pensamos a partir da quantidade de mesas já havia, o
nº. de convidados e subtraímos pelo nº de cadeiras já postas
e dps dividimos p/ 2. Aí nós fizemos um desenhinho
para confirmar o logico:



Após algumas horas de festa, os pais perceberam que faltavam
[Claro (Tim, Vivo, Oi) – brincadeira realizada com o professor-pesquisador –
Deveriam ser acrescentadas 7 mesas. Pensamos a partir da quantidade de mesas
que já haviam, o número de convidados e subtraímos pelo número de cadeiras já
postas e depois dividimos por 2. Aí, nós fizemos um desenhinho para confirmar.
(...)]

As respostas apresentadas, por eles, tornam-se interessantes por apresentar o raciocínio realizado para responder o problema. Evidencia a mobilização de saberes como o conceito de equivalência, o de proporcionalidade, de inversão do raciocínio utilizado em uma tentativa de resolver o problema proposto inicialmente e o processo de investigação assumido pelo grupo.

Segundo Brunheira, Fonseca e Ponte (1999), o processo investigativo compreende organizar os dados, levantar conjecturas, testá-las e algumas vezes demonstrá-las. Embasados nesta compreensão de processo investigativo e analisando mais profundamente as respostas escritas pelo grupo, podemos perceber como se deu o processo investigativo

realizado por eles. Primeiramente, ao escreverem “o do dobro de cadeiras seria equivalente ao dobro de mesas” o grupo elaborou uma hipótese, levantando conjecturas e mobilizando conceitos. Segundo, pela frase “mas as duas das pontas são fixas” podemos perceber o movimento de oscilação da hipótese inicial o que os leva a refletir sobre ela, dando origem à transformação do raciocínio e modificando a hipótese inicial, culminado na conclusão: “então seriam 20 cadeiras menos 2 fixas que é o equivalente a 18 cadeiras”.

Para a resposta da segunda problematização observamos pela frase “Pensamos a partir da quantidade de mesas que já haviam, o número de convidados e subtraímos pelo número de cadeiras já postas e depois dividimos por 2” o movimento de organização dos dados e o estabelecimento de relações entre eles, ou seja, a criação da hipótese e mobilização de conceitos matemáticos para a resolução do problema. Por seguinte, a frase “Aí, nós fizemos um desenhinho para confirmar.” permite-nos observar a busca por uma nova ferramenta, no caso o desenho, para validar a hipótese criada inicialmente. Embora o raciocínio estivesse correto, houve a necessidade de confirmar por meio do desenho. A busca pela generalização envolve o “abandono” de suportes como o desenho e a crença na lógica expressa pelas suas expressões de generalização. Mas esse é um processo de construção que demanda tempo e confiança no pensamento e na linguagem algébricas.

Além das constatações sobre os processos de investigações as respostas apresentadas nos possibilitam observar aspectos do pensamento algébrico que o grupo manifesta. Segundo Sousa (2004), o pensamento algébrico pode ser concebido por três momentos:

- a) O Não Simbólico ou Álgebra Retórica, a álgebra desenvolvida através da língua materna.
- b) O Sincopado, a álgebra desenvolvida através de abreviações da língua materna.
- c) O simbólico, atribuição de símbolos que representem o pensamento na língua materna.

Sendo assim, acreditamos que, pelas respostas dos alunos desse grupo, quanto as duas problemáticas apresentadas, na tarefa 1, utilizaram-se do pensamento algébrico não simbólico para resolver o problema. Mas, o mais importante a destacarmos é que o

pensamento algébrico ele existe mesmo que não aconteça nos parâmetros do formalismo da linguagem matemática.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Devemos destacar que a presente pesquisa encontra-se em andamento e ainda não finalizamos o processo de interpretações dos dados produzidos, portanto apresentamos neste trabalho apenas uma análise preliminar de uma das tarefas realizadas por um grupo de alunos.

Para escolhermos as tarefas a serem realizadas, nesta pesquisa, levamos em consideração, segundo Brunheira, Fonseca e Ponte (1999) que:

Para que a realização de actividades de investigação na aula de Matemática constitua realmente um momento de aprendizagem significativa para os alunos, torna-se necessário que o professor invista bastante na preparação dessas aulas. Efectivamente, a variedade de processos em que os alunos se podem envolver, bem como o seu grau de complexidade e até de imprevisibilidade, exigem do professor uma preparação cuidada que vai para além da tarefa que propõe aos alunos. Ou seja, torna-se também necessária uma atitude por parte do professor que deve ser, também ela, de carácter investigativo e uma reflexão sobre os objectivos que se pretendem atingir com a realização de actividades de investigação.

Deste modo concebemos tarefas que acreditamos possibilitar conceitos algébricos, que se tornassem instigadores e que possibilitassem um processo de investigação tanto para os alunos quanto para o professor-pesquisador.

A partir das respostas obtidas do desenvolvimento da primeira tarefa, pudemos observar o movimento do processo de investigação através das frases escritas pelos alunos e através dos diálogos que aconteciam no momento de realização da tarefa, este último não sendo apresentado neste trabalho. O que nos leva a conceber que através das situações problemas “o indivíduo passa a ser o dinamizador do seu próprio processo de aprendizagem e não mais um mero assimilador de conhecimentos transmitidos.” Grando (2000, p. 2).

Pudemos observar que através de situações problemas o grupo teve maior liberdade em apresentar as suas conclusões e graças a isto conseguimos evidências do processo de raciocínio desenvolvido pelo grupo de alunos e perceber o pensamento algébrico acontecendo na forma não simbólica. Consideramos, segundo Lima e Moisés (2000, pg.28) que a linguagem matemática expressa através das palavras (língua materna) é o primeiro “passo” para desenvolver uma linguagem especificamente matemática, pois através delas são escolhidas cuidadosamente palavras que expressem claramente o movimento numérico.

Esperamos que com a análise das tarefas realizadas possamos evidenciar os momentos de ensino e aprendizagem da álgebra sobre a perspectiva da resolução de problemas e da investigação. Observarmos o movimento de desenvolvimento do pensamento algébrico e as suas contribuições para aprendizagem da álgebra e a ruptura do modelo de aula de matemática assim chamado de tradicional.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FONSECA, Helena, BRUNHEIRA, Lina, & PONTE, João Pedro. (1999). As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática. Actas do ProfMat 99. Lisboa: APM

FRANCO, Maria Amélia Santoro. Pedagogia da pesquisa-ação. Educação e Pesquisa. São Paulo, v.31, n.3, p.483-502, set./dez. 2005.

GOLDENBERG, Mirian. A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. Rio de Janeiro: Record, 1997.

GRANDO, Regina Celia: O Conhecimento Matemático e o Uso de Jogos em Sala de Aula. Campinas, SP, 2000. 239p. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP.

LIMA, L. C. & MOISÉS, R. P. – A Teoria dos Campos Numéricos: A longa marcha da criação numérica, São Paulo: CEVEC/CIART, edição 1997.

MOURA, Ana Regina., & SOUSA, Maria do Carmo. Dando movimento ao pensamento algébrico. ZETETIKÉ, Cempem, FE, Unicamp, v. 16, n. 30. jul./dez. – 2008.

PONTE, João Pedro, & MATOS, João Filipe. (1992/1996). Processos cognitivos e interações sociais nas investigações matemáticas. In P. Abrantes, L. C. Leal, & J. P. Ponte (Eds.), Investigar para aprender matemática (pp. 119-138). Lisboa: Projecto MPT e APM.

SOUSA, Maria do Carmo. O Ensino da Álgebra numa Perspectiva – Histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do Ensino Fundamental. Campinas, SP, 2004, 286 p. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação, UNICAMP.