

# Razão Áurea e Aplicações: contribuições para a aprendizagem de proporcionalidade de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental

Alexandre Ramon de Souza<sup>1</sup>

Maria do Carmo Vila<sup>2</sup>

## GD2 – Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

**Resumo:** Esta pesquisa tem por objetivos verificar se o estudo da razão áurea e de suas aplicações contribui para a aprendizagem da proporcionalidade de alunos do 9º ano de uma escola pública e para o desenvolvimento da percepção desses alunos acerca da importância da Matemática e de sua aplicação em outras áreas de conhecimento. Trata-se de uma pesquisa em andamento, com abordagem qualitativa, e da qual estão participando 40 alunos de uma turma do Ensino Fundamental. Para coleta de dados foram utilizados quatro instrumentos: observação participante, relatório dos alunos, manuscritos dos alunos e teste. Os dados resultantes da observação participante foram anotados no diário de campo do pesquisador e gravados por meio de filmagens em áudio e vídeo. Neste momento, esses dados estão sendo transcritos para análise e foi iniciada a análise dos dados que não necessitam de transcrição.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Razão áurea; Proporcionalidade.

### 1. Introdução

Ao longo dos anos de minha carreira no magistério, tinha a impressão de que algo não funcionava muito bem. Eu tentava repassar os conteúdos, mas verificava que poucos alunos os entendiam. Uma boa parcela deles ficava “a ver navios”. Desenvolvi algumas atividades visando aproximar a Matemática e a Física da realidade do estudante. Obtive alguns resultados favoráveis, mas ainda constatava que muitos estudantes continuavam com dificuldades em aprender Matemática. Um assunto que sempre me despertava a atenção, pois os alunos tinham muita dificuldade de aprendê-lo, era a proporcionalidade, assunto constante do programa do 9º ano do Ensino Fundamental.

Em 1997, participei de um curso de Capacitação de Professores para o Ensino Médio e, em 1998, de um curso Capacitação de Professores para o Ensino Fundamental. Tais cursos foram promovidos pela Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais (SEEMG). Eles foram muito importantes para a minha profissão, pois me incentivaram a buscar alternativas que pudessem minimizar as dificuldades manifestadas pelos alunos na aprendizagem da Matemática.

---

1 - Alexandre Ramon de Souza – Universidade Federal de Ouro Preto – [r.de.s@hotmail.com](mailto:r.de.s@hotmail.com)

2 - Maria do Carmo Vila – Universidade Federal de Ouro Preto – [mcvila@cead.ufop.br](mailto:mcvila@cead.ufop.br)

Em 2010, participei da seleção do Mestrado Profissional em Educação Matemática, oferecido pela Universidade Federal de Ouro Preto e fui aprovado. Depois de ter cursado algumas disciplinas, tomei conhecimento de outras formas de intervir no processo de ensino/aprendizagem da Matemática, de modo a reduzir as dificuldades dos alunos no estudo dessa disciplina. O caminho era buscar metodologias e abordagens matemáticas que possibilitassem ao aluno construir seus conhecimentos, ao invés de submetê-lo a aulas monótonas, nas quais o professor expunha os conteúdos usando o quadro e o giz.

Foi assim que optei por realizar a presente pesquisa, que trata das contribuições do ensino e aprendizagem da proporcionalidade no 9º ano do Ensino Fundamental, a partir de um tema matemático denominado razão áurea. Além de sua aplicação em áreas da própria Matemática, a razão áurea pode ser observada na vida cotidiana e usada em várias outras áreas do conhecimento como a pintura, arquitetura, música, odontologia. Essa diversidade de aplicação, talvez, possa também contribuir para o desenvolvimento da percepção dos alunos acerca da importância da Matemática e de sua contribuição para outras áreas do conhecimento.

## **2. Justificativa**

Dois motivos principais justificam a presente investigação, que pretende desvendar possíveis contribuições da introdução do tema razão áurea no ensino aprendizagem de proporção no 9º ano do Ensino Fundamental: a) dificuldade manifestada pelos alunos em relação à aprendizagem de razão, proporção e semelhança; b) interesse pelo assunto.

a) Dificuldade manifestada pelos alunos em relação à aprendizagem de razão, proporção e semelhança.

Ao longo de dezessete anos lecionando para o 9º ano do Ensino Fundamental, o pesquisador percebeu que havia uma grande dificuldade dos alunos em identificar figuras semelhantes e, assim, encontrar a proporção entre elas. Tentando minimizar as dificuldades apresentadas, inseriu o tema razão áurea em suas aulas.

Os resultados lhe pareceram positivos, mas o pesquisador não chegou a realizar nenhum estudo para comprovar sua percepção sobre as contribuições dessa abordagem na aprendizagem da proporcionalidade pelos meus alunos. Concluiu, então, que se fazia necessário sistematizar a abordagem, aplicá-la em sala de aula, e coletar dados consistentes sobre a experiência realizada. Nascia aí o germe da presente pesquisa.

## 2) Interesse e pesquisa pelo assunto.

Durante o ano de 2004, conversando com uma professora que trabalhava com educação artística, o pesquisador percebeu mais profundamente a importância das aplicações da razão áurea na Matemática e em outras áreas do conhecimento e, em particular, nas artes.

Leituras sobre proporcionalidade confirmaram as preocupações do pesquisador com relação às dificuldades dos alunos quanto à aprendizagem da proporcionalidade e o potencial da razão áurea para minorar tais dificuldades.

A literatura sobre esses assuntos revelou que a construção dos conceitos matemáticos pelos alunos se dá ao longo do tempo e que eles devem ser trabalhados desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, senão antes (PCN, 2008; PNLN, 2008; CARRAHER et al, 1986, p. 96 apud Pontes, 1996, p.66).

Por outro lado, autores criticavam o ensino da proporcionalidade, mostrando que, em geral, ele consistia na apresentação mecânica da regra de três e de todas as regras que dela decorrem sem possibilidade de os alunos adquirirem um verdadeiro conhecimento de proporcionalidade (Boisnard et al; 1994; Oliveira e Santos, 2000).

Por fim, a posição de documentos e de educadores (Vergnaud, 2003; Lesh, Post e Behr, 1988) sobre a importância da proporcionalidade, seja na formação das estruturas cognitivas dos alunos, na aprendizagem de outros conceitos matemáticos, na aplicação em várias áreas do conhecimento científico ou, ainda, nas aplicações no cotidiano das pessoas, levaram o pesquisador a se preocupar ainda mais com o aprendizado desse conteúdo e à decisão de realizar uma investigação nessa área.

A ideia de retomar o ensino da proporcionalidade no 9º ano a partir do estudo da razão áurea foi reavivada por duas afirmações contidas em documentos oficiais. A primeira delas consta nos PCN (2008, p. 22-23): “[...] para o aluno consolidar e ampliar um conceito, é fundamental que ele o veja em novas extensões, representações ou conexões com outros conceitos”. A segunda encontra-se no PNDL (2008, p. 17): “É preciso, então, que esses vários momentos sejam bem articulados, em especial, evitando-se a fragmentação ou as retomadas repetitivas”.

A retomada da proporcionalidade por meio da razão áurea preencheria esses dois requisitos. Em primeiro lugar, os alunos teriam oportunidade de estudar as proporções em novas representações e extensões com outros conceitos matemáticos (sequências; medida

de comprimento; ângulo reto, segmento; triângulo retângulo; teorema de Pitágoras; pirâmide; espiral; frações contínuas; semelhança de triângulos retângulos, polígonos etc.). Por outro lado, seria evitada uma retomada repetitiva, pois a aplicação da razão áurea em outras áreas científicas é um tema que atrai a atenção dos alunos.

Portanto, restaria, então, verificar se tal retomada poderá contribuir para o aprendizado da proporcionalidade e, também, para a percepção acerca da importância da Matemática e de sua contribuição para outras áreas do conhecimento.

### **3. Questão de investigação e objetivos**

As considerações anteriores levaram o pesquisador a propor a seguinte questão de pesquisa: Quais as contribuições do estudo da razão áurea e de suas aplicações para a aprendizagem da proporcionalidade de alunos do 9º ano de uma escola pública e a percepção da importância da Matemática e de sua aplicação em outras áreas de conhecimento?

Para respondê-la, foram fixados os dois seguintes objetivos:

1º objetivo - Verificar a conjectura seguinte: “O estudo da razão áurea e de suas aplicações contribuem para a aprendizagem da proporcionalidade de alunos do 9º ano de uma escola pública”.

2º objetivo - Verificar a conjectura: “O estudo da razão áurea e de suas aplicações contribuem para o desenvolvimento da percepção dos alunos acerca da importância da matemática e de sua aplicação em outras áreas de conhecimento”.

Para realizar a pesquisa, foi elaborada uma sequência didática sobre razão áurea e suas aplicações para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental como elemento introdutório ao estudo da proporcionalidade. Considerando que o presente estudo está sendo desenvolvido no âmbito de um mestrado profissional e que um produto deverá dele resultar para uma possível utilização por professores, a sequência didática elaborada e orientações para sua aplicação serão disponibilizadas para uso nas escolas do Ensino Fundamental.

## **4. Fundamentos Teóricos**

### **4.1 Razão áurea**

Quando se analisa as diversas situações em que a razão áurea aparece, percebe-se que, realmente, se trata de um número diferenciado onde suas aplicações englobam

diversos campos tais como a biologia, a música, a literatura, as artes, a arquitetura e situações na própria matemática como, por exemplo, a sequência de Fibonacci.

A primeira definição de razão áurea apareceu, por volta de 300 a.C., no livro XIII, proposição 5, de Euclides de Alexandria. Euclides definiu essa proporção da divisão de uma linha e a chamou de razão extrema e média. Nas palavras de Euclides: “Diz-se que uma linha reta é cortada na razão extrema e média quando, assim como a linha toda está para o maior segmento, o maior segmento está para o menor.”

Esta definição pode ser melhor entendida, usando a figura seguinte:



Figura 1- Divisão de um segmento em média de extrema razão

O comprimento do segmento AB é maior que o do segmento AC; da mesma forma, o comprimento do segmento AC é maior que o do segmento CB. Se a razão entre os comprimentos dos segmentos AB e CB for igual à razão entre os comprimentos dos segmentos AC e CB, então esse segmento AB foi dividido na razão extrema e média, ou numa razão áurea.

Para realizar o cálculo da razão áurea vamos considerar a figura seguinte:



Figura 2- Cálculo da razão áurea

Na figura, fazendo  $AC = x$  e  $CB = 1$ , tem-se que:

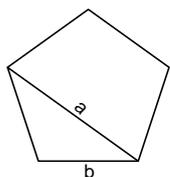
$$\frac{x+1}{x} = \frac{x}{1}$$

Logo:  $x^2 = x + 1$ . Resolvendo esta equação, obtêm-se as seguintes raízes:

$$x' = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad \text{e} \quad x'' = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

A solução positiva da equação é chamada razão áurea, usualmente, nomeada pelo símbolo  $\Phi$  (lê-se phi). Calculando a raiz positiva da equação, chega-se ao seguinte resultado aproximado:  $\Phi \approx 1,618$ , ou seja, a razão áurea é, aproximadamente, igual ao número 1,618.

Os Pitagóricos sabiam que havia relação áurea entre a medida da diagonal do pentágono regular e a medida do seu lado, conforme mostra a figura seguinte.



Relação Áurea

$$\frac{a}{b} \approx 1,61$$

Figura 4- Pentágono e razão áurea

Os Pitagóricos também sabiam que a relação entre a medida do raio de uma circunferência circunscrita ao decágono regular e a medida de um de seus lados estavam em razão áurea.

O pentagrama, símbolo da Sociedade de Pitágoras, é obtido traçando-se as diagonais de um pentágono regular. O pentágono menor, formado pelas interseções das diagonais, está em proporção com o pentágono maior, de onde se originou o pentagrama. Esta figura detém uma série de razões áureas. Uma delas é a seguinte: a razão entre as medidas dos lados dos dois pentágonos é igual ao quadrado da razão áurea. Também pode ser constatada que a razão entre as medidas das áreas dos dois pentágonos é igual à quarta potência da razão áurea.

Na escola de Pitágoras já se sabia que havia cinco, e somente cinco, sólidos convexos regulares, cada um deles podendo ser circunscrito por uma esfera. São eles: cubo, tetraedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro. No dodecaedro, o ponto de intersecção de duas diagonais divide cada uma delas na proporção áurea. Cada face pentagonal, associada à divisão áurea, era de interesse especial para os pitagóricos. Além disso, existe uma relação dos dois pares de poliedros recíprocos com o retângulo áureo.

Embora não haja documentos da época, provavelmente, foram os pitagóricos os primeiros a demonstrar as relações entre os lados do triângulo retângulo: “A soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa”, relação conhecida como o teorema de Pitágoras” (Boyer, 1996, p.34). Observa-se que existe uma relação das áreas dos retângulos áureos construídos a partir dos lados de um triângulo retângulo.

Na Educação Matemática, a razão áurea é um tema que possibilita a exploração de vários conteúdos matemáticos. De fato, no trabalho com a razão áurea, os quatro eixos temáticos citados nos PCN são contemplados: Espaço e Forma, Números, Operações e Medidas e Grandezas. Outra vantagem do estudo da razão áurea é que ela possibilita o uso

de instrumentos de construção como régua, transferidor e compasso ou, então, *softwares* de geometria dinâmica. São atividades de desenho geométrico que podem trazer muitos benefícios para o aprendizado da Matemática, conforme salienta Marmo e Marmo (1994).

A razão áurea também pode ser importante no aprendizado da Matemática ao ser encontrada em situações tão diversas como a vida cotidiana, a natureza, a arquitetura, a odontologia, música, pintura, e suas aplicações se estendem por diversas áreas do conhecimento humano.

Na vida cotidiana, ela pode ser observada, por exemplo, em cartões de crédito, em uma folha de papel ou uma tela de televisão plana. Os alunos poderão, também, encontrar a razão áurea na natureza como, por exemplo, na concha do caracol *nautilus*, na distribuição das sementes das plantas, nas escamas de peixes, na margarida, no girassol, nos chifres dos cordeiros selvagens, nas presas dos elefantes, na concha de moluscos, entre outros. Trata-se de observar espirais logarítmicas e a sequência de Fibonacci, onde se encontra a razão áurea. No corpo humano, a presença da razão áurea pode ser detectada entre medidas de comprimentos de várias de suas partes.

Na arquitetura, a razão áurea serviu de base para a construção de edifícios tanto na antiguidade como em tempos modernos. Por exemplo, o Parthenon, edifício grego representativo do século de Péricles e construído entre 447 a.C. e 443 a.C., apresenta a razão áurea entre algumas de suas medidas. O mesmo acontece com o Taj Mahal, construído pelo imperador indiano Shah Jahan, entre 1630 e 1652, sobre o túmulo de sua esposa chamada Aryumand Banu Began. Em tempos modernos, a razão áurea pode ser observada em três retângulos áureos que se encontram na fachada principal do edifício sede das Nações Unidas em Nova York.

A razão áurea tem sido usada nas artes por grandes pintores e escultores. O universalmente famoso quadro da Monalisa, pintado por Leonardo da Vinci, apresenta a proporção áurea na face, bem como em relações entre partes do tronco. Na santa ceia, o pintor também utilizou a razão áurea. Boticelli, pintor italiano do Renascimento, em seu quadro denominado “O Nascimento de Vênus”, a imagem de Afrodite está na proporção áurea. Outros mestres da pintura, como Giotto e Salvador Dalí, também usaram a razão áurea em suas obras.

## 4.2 Ensino e aprendizagem de proporcionalidade.

O ensino da Matemática vem sofrendo grandes mudanças na maioria dos países, visando substituir o ensino tradicional, que tem levado os alunos a uma memorização de conteúdos, ao aprendizado de técnicas e fórmulas de uso imediato, à resolução de exercícios padronizados. A Matemática é mais do que isso. Para Garcia (2009), a Matemática desempenha um papel importante na formação do cidadão, pois ela permite ao ser humano desenvolver estratégias, enfrentar desafios, comprovar e justificar resultados em outras atividades, além de estimular a criatividade, o desenvolvimento do raciocínio lógico, a iniciativa pessoal e o trabalho coletivo.

No Brasil, de acordo com os PCN, os objetivos do Ensino Fundamental consistem em conduzir o aluno a compreender e transformar o mundo à sua volta, estabelecer relações de qualidade e quantidade, resolver situações problemas, comunicar-se matematicamente, estabelecer ligações dentro e fora da Matemática com os outros conteúdos, promover-lhe autoconfiança e interação com seus colegas.

Apesar dessas recomendações e dos esforços da comunidade de educação matemática junto aos docentes, as mudanças ainda não se concretizaram na maioria das escolas brasileiras. Isso pode ser sentido quando os professores de uma determinada série detectam que seus alunos não possuem os pré-requisitos necessários para o aprendizado de um determinado tema, embora eles já os tenham estudado anteriormente. Tal é caso, por exemplo, da proporcionalidade, tão necessária no 9<sup>o</sup> ano de Ensino Fundamental para a aprendizagem da semelhança de triângulos e do Teorema de Tales e de suas aplicações, e já estudada pelos alunos no 7<sup>o</sup> ano.

Ora, o estudo da proporcionalidade contribui para a formação de estruturas cognitivas para que outros conceitos matemáticos sejam compreendidos, tanto em questões que envolvam apenas números, quanto em questões que envolvam a geometria.

Lesh, Post e Behr (1988) consideram que este conceito constitui o culminar da Matemática elementar e representa o alicerce da Matemática dos anos seguintes, afirmando que a sua aprendizagem é um dos principais objetivos do ensino desta disciplina.

Críticas têm sido feitas com relação ao ensino da proporcionalidade em escolas brasileiras. Uma delas é que, em geral, esse tema só é introduzido no 7<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental, privilegiando-se a regra de três como meio para resolução.

Estudos têm mostrado que o conceito de proporção surge muito antes do ensino formal. De fato, Oliveira e Santos (1998) observaram que alunos do 6<sup>o</sup> ano, que ainda não

tinham passado pela instrução formal da proporcionalidade e não conheciam o algoritmo da regra de três, foram capazes de manipular os seus conhecimentos prévios, construindo estratégias que possibilitaram a resolução de problemas propostos.

Outra crítica sobre esse tema refere-se a sua abrangência. Se antes se falava em proporção e no algoritmo da regra de três, hoje, estabelece-se como meta o ensino/aprendizagem da proporcionalidade. Boisnard et al (1994) demonstram entendimento dessa abrangência quando afirmam que a simples aprendizagem mecânica da regra de três e de todas as regras que dela decorrem não são suficientes para fornecer um verdadeiro conhecimento da proporcionalidade.

Ao constatar que seus alunos do 9º ano do Ensino Fundamental não possuem os conhecimentos básicos de proporcionalidade para iniciar o estudo sobre semelhanças, teorema de Tales e aplicações desse teorema, professor se pergunta nesse momento: O que devo fazer? Ensinar novamente esse conteúdo? Solicitar aos alunos que façam uma revisão do conteúdo? Considerar que este não é um problema seu, pois os alunos deveriam ter aprendido esse conteúdo em séries anteriores, e, assim, continuar a desenvolver normalmente seu plano da disciplina?

Em grande parte das escolas brasileiras, a proporcionalidade é abordada a partir do 9º ano do Ensino Fundamental, deixando um hiato nas séries anteriores. Pesquisas têm mostrado que os conceitos relevantes para a formação matemática atual devem ser trabalhados com os alunos desde a fase inicial da formação escolar.

Portanto, não se espera que a construção de um conceito matemático ocorra de forma completa e num curto período de tempo. Pelo contrário, ela processa-se no decorrer de um longo período, desde estágios mais intuitivos aos mais sistematizados, conforme mencionado no PNL (2008).

Nesse sentido, a presente investigação se propõe a retomar o conteúdo de proporcionalidade no 9º ano a partir da introdução da razão áurea e de suas aplicações e verificar possíveis contribuições dessa abordagem na aprendizagem de proporcionalidade por esses alunos. Por outro lado, considerando que as aplicações da razão áurea são encontradas em várias áreas do conhecimento, esta investigação está propondo um segundo objetivo, qual seja verificar a influência dessa abordagem na percepção dos alunos acerca da importância da matemática e de sua aplicação em outras áreas de conhecimento.

## 5. Metodologia da Pesquisa

### 5.1 Participantes

Os participantes da pesquisa são 40 alunos de uma turma do 9<sup>o</sup> ano de uma escola pública de Ensino Fundamental e Médio do município de Mário Campos, região metropolitana de Belo Horizonte, Minas Gerais. Trata-se de uma escola urbana que funciona em três turnos, contando com aproximadamente 1 200 alunos. As turmas do nono ano são compostas por alunos de níveis socioeconômicos variados, fator importante para a pesquisa.

O pesquisador leciona nesta escola há alguns anos e, no período de aplicação da pesquisa, será professor regular dos alunos do 9<sup>o</sup> ano. Assim sendo, a investigação será desenvolvida em horário normal de aula de Matemática.

### 5.2 Instrumentos de coleta de dados

Para a coleta de dados foram utilizados os seguintes instrumentos: observação participante, relatório dos alunos, manuscritos dos alunos e teste.

Considerando que o pesquisador é o próprio professor da turma do 9<sup>o</sup> ano, uma das técnicas utilizadas na presente investigação foi a observação participante. Trata-se de uma técnica de levantamento de informações que pressupõe convívio, compartilhamento de uma base comum de comunicação e intercâmbio de experiências com o(s) outro(s) primordialmente através dos sentidos humanos: olhar, falar, sentir, vivenciar, raciocinar e outros, entre o pesquisador, os sujeitos observados e o contexto dinâmico de relações no qual os sujeitos vivem e que é por todos construído e reconstruído a cada momento (Fernandes, 2011).

Na presente investigação, os alunos participantes foram observados durante todas as atividades propostas em sala de aula. As observações foram registradas pelo pesquisador por meio de dois instrumentos: a) *diário de campo*, no qual o pesquisador registrou suas observações para análise posterior; b) recurso tecnológico (câmera de vídeo) cujas gravações orais estão sendo transcritas para análise.

Neste estudo também foram realizadas gravações em áudio e vídeo durante as atividades desenvolvidas pelos alunos. Elas permitiram verificar, analisar e identificar situações ocorridas durante a aplicação das atividades, oferecendo ao pesquisador

condições de levantar as questões e pormenores ocorridos durante cada atividade realizada e, assim, poder relatá-las de forma fidedigna.

Os manuscritos e os relatórios dos alunos também foram usados como instrumentos de coleta de dado da investigação. Durante a aplicação das atividades de pesquisa em sala de aula, os alunos trabalharam em grupo. Ao final de cada atividade, foi solicitado aos grupos que discutissem e expressassem por escrito suas opiniões sobre as situações vivenciadas. Cada grupo usou um caderno, onde constam suas observações. Durante a realização de atividades sobre razão áurea, os alunos fizeram anotações em suas folhas de atividades. Elas, também, serão objeto de análise para a pesquisa.

O último instrumento que foi utilizado na coleta de dados consistiu em um teste escrito para verificar os conhecimentos adquiridos pelos alunos sobre os conceitos e procedimentos relativos à proporcionalidade. O teste constou de 28 questões e foi respondido ao final das atividades programadas na pesquisa.

### 5.3 Procedimentos

Obtida a aprovação da pesquisa pelo Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da UFOP, a primeira providência tomada foi solicitar aos pais a permissão para que seus filhos participassem da investigação, conforme já mencionado anteriormente.

Em seguida, foi aplicado um conjunto de atividades relacionadas com a razão áurea, tendo em vista a aprendizagem da proporcionalidade pelos alunos do 9º ano da escola escolhida para a pesquisa. O conjunto apresenta dezessete (17) atividades que foram desenvolvidas em vinte e quatro (24) horas/aulas.

Para realizar as atividades programadas, os alunos foram divididos em grupos de 4 ou 5 pessoas. Cada atividade foi apresentada em uma folha impressa, na qual os alunos do grupo registraram o caminho usado para resolvê-la. Essas produções escritas foram recolhidas para análise ao final da aula e devolvidas aos alunos na aula seguinte. Foram recolhidos, também, os relatórios produzidos pelos grupos sobre cada atividade por eles realizada.

Durante a aplicação das atividades, o pesquisador observou as manifestações orais dos grupos, tendo como focos: a) aprendizagem da proporcionalidade; b) percepção dos alunos acerca da importância da matemática e de sua aplicação em outras áreas de conhecimento. As observações foram anotadas em seu diário de campo.

Para complementar essas observações, gravações em vídeo e áudio foram feitas com o auxílio de uma professora. Para tanto, ela foi previamente instruída sobre as manifestações dos alunos que deveriam ser filmadas, de acordo com os objetivos da pesquisa.

Ao final de todas as atividades, foi aplicado o teste já mencionado no item anterior. Ele foi respondido pelos grupos de alunos e teve a duração de duas (2) aulas. Ao final, ele foi recolhido para correção e análise dos procedimentos utilizados pelos grupos.

## **6. Análise dos dados**

A pesquisa apresenta uma abordagem predominantemente qualitativa, haja vista que os objetivos visam a verificar se o estudo da razão e de suas aplicações contribui para a aprendizagem da proporcionalidade de alunos do 9º ano e para a percepção dos alunos acerca da importância da matemática e de sua aplicação em outras áreas de conhecimento. Alguns dados serão quantificados para uma melhor compreensão dos fenômenos observados.

No momento os dados gravados estão sendo transcritos e foi iniciada a análise dos dados que não necessitam de transcrição.

## **Referências bibliográficas**

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais de 5ª a 8ª. séries - Matemática**. Brasília, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 21 fev. 2008.

VERGNAUD, G. A psicologia da educação. In: PLAISANCE, E.; VERGNAUD, G. **As Ciências Da Educação**. São Paulo: Loyola, 2003.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/ Secretaria de Educação Média e Tecnológica**. Brasília: MEC/SEF, 1999, 364p.

CAJORI, Florian. **Uma História da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2007. 654p.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Unicamp, 2007.

ISHIHARA, Cristiane A.; SANTOS, Neide A. Pessoa dos. **Matemática: Ensino Médio, 1ª série**. 1. ed. Brasília: CIB-Cisbrasil, 2004. 480 p.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado da Educação. **Proposta Curricular (CBC): Matemática, Ensinos Fundamental e Médio**. Belo Horizonte, SEE/MG, 1995.

POZO, Juan Ignacio. **A solução de Problemas**. Porto Alegre: Artmed, 1998. 173p.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema**, ano 13, n.14, p.66-91. São Paulo, 2000.

VALE, I.; PALHARES, P.; CABRITA, I.; BORRALHO, A. Os padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra. In **Actas do XIV Encontro de Investigação em Educação Matemática da SPCE**, 2005. Disponível em: <<http://www.spce.org.pt/sem/13iv.pdf>>. Acesso em: 24/03/2010.