

Atividades Investigativas Centradas no Estudo de Funções: Exploração de Conceitos do Cálculo

Rieuse Lopes Pinto¹

Dale Bean²

GD4 – Educação Matemática no Ensino Superior

Resumo: Diversas pesquisas realizadas na área de Educação Matemática têm centrado sua atenção sobre a problemática existente no ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, que é considerada uma das mais importantes disciplinas da Matemática no Ensino Superior, devido à sua aplicabilidade. Neste estudo, focamos a compreensão que os estudantes constroem em relação ao conceito de função e as ideias básicas e intuitivas do Cálculo: limite, derivada e integral. Desenvolveremos investigações matemáticas (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006), com auxílio de um software de geometria dinâmica, para criar situações envolvendo funções que possibilitem aos estudantes utilizarem, de forma intuitiva, os conceitos de limite, derivada e integral. Nesse sentido, pretendemos explorar as possíveis contribuições de atividades investigativas no contexto do ensino desses conceitos a estudantes universitários. Ao embasar as atividades em investigações com intuito de promover a compreensão, tomamos como referencial teórico as ideias de Dewey (1959) enquanto pensamento reflexivo. Esta pesquisa, de cunho qualitativo, pretende gerar como produto educacional uma proposta para ensino de conceitos de Cálculo por meio de investigações que possa contribuir para o ensino e a aprendizagem dessa disciplina.

Palavras-chave: Cálculo, Funções, Ensino Superior, Investigações Matemáticas, Pensamento Reflexivo.

INTRODUÇÃO

A pesquisa tem como objetivo principal analisar as possíveis contribuições produzidas pelas investigações matemáticas sobre funções na aprendizagem dos estudantes de Cálculo Diferencial e Integral I, salientando as potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas para a construção do conceito de função, tópico introdutório para o Cálculo I; bem como suas implicações na construção de conceitos, essenciais nessa disciplina, a saber: limite, derivada e integral. No decorrer deste trabalho, descreveremos, brevemente a respeito do ensino e aprendizagem de Cálculo, e a estrutura de nosso projeto de pesquisa baseado em atividades investigativas (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006).

O ensino de Cálculo está presente no currículo de diversas disciplinas para cursos universitários que formam profissionais com os mais diferentes perfis, como: Engenharia,

¹Mestranda em Educação Matemática no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP/rieuselopes@yahoo.com.br

² Doutor em Educação, Professor da Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP / dale@iceb.ufop.br

Física, Biologia, Sistema de Informação, Licenciatura em Matemática, além das ciências econômicas e sociais, entre outros. O interesse em pesquisar sobre o ensino e aprendizagem do Cálculo surgiu durante minha experiência profissional no Ensino Superior, como professora dessa disciplina, quando pude perceber um alto índice de reprovações e desistência, além da grande dificuldade que os alunos apresentavam no trabalho com os conceitos básicos da matemática. A motivação para utilizar as investigações matemáticas para o estudo das funções no Cálculo surgiu por já fazer parte de minhas experiências como professora do Ensino Fundamental e Médio, pois como profissional, acredito na importância da construção do conhecimento por meio de pesquisas, investigações e explorações. Com as investigações matemáticas, terei oportunidade de acompanhar os alunos em processo de investigação na construção de conceitos matemáticos.

Em muitas universidades do país e do exterior, essa é uma das disciplinas cujos índices de reprovação, evasão e repetência são elevadas, e pesquisadores (IGLIORI, 2009; REZENDE, 2003; NASSER, 2009; BARUFI, 1999; FROTA, 2006) apontam problemas que vêm se acumulando desde o ensino básico até o ensino superior. Iglori (2009, p. 13) corrobora essa ideia, e nesse sentido a autora afirma que:

No que tange às especificidades das áreas da Matemática, pode-se constatar que, no Brasil e no exterior, o Cálculo Diferencial e Integral tem ocupado parte significativa das pesquisas. Isso se justifica tanto pelo fato de o Cálculo constituir-se um dos grandes responsáveis pelo insucesso dos estudantes quanto por sua condição privilegiada na forma do pensamento avançado em Matemática.

Frota (2006, p. 2) aponta que “a sala de aula de Cálculo tem sido afetada por fatores decorrentes, em parte, de um ensino universitário de massa: excessivo número de alunos, grande parte deles desmotivada, ou apresentando lacunas na formação matemática básica”. Entendemos que o papel do professor de Cálculo vai além da simples transmissão de conhecimentos, deve priorizar o desenvolvimento do raciocínio e a articulação de conteúdos, e sobre essa prática pedagógica dos professores no ensino de Cálculo, Reis (2001, p. 23), afirma que:

A prática pedagógica do professor de Cálculo deve se pautar, primeiramente, na reflexão e compreensão do papel fundamental do Cálculo Diferencial e Integral

na formação matemática de seus alunos. Somente estabelecendo elementos que esclareçam a real função do Cálculo na formação matemática do aluno, o professor terá condições de refletir sobre que objetivos traçar, que conteúdos e metodologias estabelecer, enfim, que prática pedagógica desenvolver.

O estudo das funções é parte do conteúdo programático do Cálculo Diferencial e Integral, cujos conceitos muitas vezes são introduzidos através de uma aula expositiva, em que o professor apresenta as definições, propriedades e exemplos e, por sua vez, os alunos resolvem listas de exercícios. Essa dinâmica utilizada para a construção e compreensão de conceitos, e a preparação dos egressos nessas disciplinas, são temas recorrentes de discussão, e esse aspecto algorítmico e repetitivo aparece na conclusão do estudo de Frota (2001, p. 91):

Parece haver consenso que o ensino da matemática precisa libertar-se das amarras de um ensino passo a passo, que conduz à aprendizagem de procedimentos e não incentiva ao conhecimento matemático relacional que leva o indivíduo a estabelecer, sempre mais, novas conexões entre os vários conceitos estudados.

Conhecer acerca das estratégias de aprendizagem dos alunos, bem como desenvolver a capacidade de conjecturar, questionar, estabelecer relações e investigar, também é alvo de pesquisas. Nessa perspectiva, Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p. 10) constata:

Investigar em matemática assume características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso. As investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração.

Assim, pretendemos com os futuros resultados desta pesquisa, contribuir para o campo de discussões sobre o processo de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, especialmente de funções no ensino superior, bem como minimizar as dificuldades dos estudantes relativas à compreensão de conceitos necessários a essa disciplina, e para isso, passaremos a discorrer sobre a questão investigativa que norteou nosso trabalho, os objetivos que buscaremos alcançar, o que compreendemos sobre investigações matemáticas a partir das leituras feitas até o momento, bem como os métodos e procedimentos que deveremos utilizar para a realização dessa pesquisa.

A QUESTÃO E OS OBJETIVOS

Considerando o exposto, e apoiados na importância da compreensão de conceitos pelos estudantes, propomos a realização de investigações matemáticas fundamentadas no estudo de funções a partir da seguinte questão de pesquisa:

Que contribuições o desenvolvimento de atividades investigativas para a introdução aos conceitos de limite, derivada e integral no contexto de um estudo de funções pode trazer para a aprendizagem dos estudantes de Cálculo Diferencial e Integral I?

Uma das ações deste projeto é promover atividades que conduzam o aprendiz a formular hipóteses e organizar seu pensamento a partir de situações pouco prováveis de serem desenvolvidas em ambientes tradicionais de aprendizagem. Consubstanciados nessa tarefa e, definida nossa questão investigativa, destacamos que o objetivo geral desta pesquisa consiste em analisar as possíveis contribuições produzidas pela realização de investigações matemáticas no contexto de um estudo de funções para a aprendizagem de estudantes de Cálculo Diferencial e Integral I. Esse objetivo poderá ser alcançado mediante os seguintes *objetivos específicos*:

- Desenvolver atividades investigativas para o estudo de funções no Cálculo I com intuito de introduzir noções básicas a respeito dos conceitos limite, derivada e integral;
- Analisar possíveis potencialidades e dificuldades que a realização de atividades investigativas pode trazer para o aprendizado dos alunos que cursam a disciplina de Cálculo I;
- Analisar possíveis contribuições da aprendizagem de funções e a compreensão dos conceitos de limite, derivada e integral a partir da integração da mídia “lápiz e papel” com um *software* de geometria dinâmica em atividades investigativas.

Nosso objeto de estudo está centrado na aprendizagem de conceitos fundamentais da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I por meio de atividades investigativas relacionadas com funções. Consideramos necessário que compreendamos como ocorre a aprendizagem de nossos alunos e como se realiza a construção do conhecimento no contexto de investigações, para que possamos valorizar a capacidade de raciocínio dos alunos. Pretendemos unir teoria e prática por meio de questionamentos, conjecturas e

investigações, assim faz-se necessário estudarmos os conceitos matemáticos a serem ensinados, investigações matemáticas e teoria educacional.

INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS

Diante das considerações expostas, concebemos entre os objetivos das investigações matemáticas aqueles como apontam Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p. 23):

Ajuda a trazer para sala de aula o espírito da atividade genuína, construindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor.

O processo investigativo, em que os alunos se envolvem durante a fase de desenvolvimento da tarefa, compreende diversas etapas fundamentais. Primeiramente, tentam compreender a situação proposta, organizam os dados e formulam questões. Depois, fazem conjecturas, procuram testá-las e, em alguns casos, demonstrá-las. Nesse sentido Fiorentini e Cristóvão (2006, p. 28) consideram que o êxito das aulas investigativas depende do planejamento das atividades e da necessidade de

construir, gradativamente, uma cultura com a turma para desenvolver o trabalho investigativo, habituando os alunos ao trabalho em grupo, às discussões e explorações, ao levantamento e teste de conjecturas, à tentativa de provar ou argumentar a validade das mesmas, à elaboração dos relatórios das investigações e à socialização e negociação dos resultados.

Esta pesquisa pretende contribuir com a prática de investigações ao introduzirem-se conceitos do Cálculo Diferencial e Integral, e refere-se a um domínio específico: Funções. Iniciamos uma pesquisa bibliográfica, (PONTE, 2006; BROCARDO, 2001; OLIVEIRA, 1998; FROTA, 2004; FONSECA, 2000; PEREZ, 2003; ROCHA, 2003; BRUNHEIRA, 2000; SANTOS, 2000) para fundamentar o que entendemos por atividade investigativa, uma vez que esses autores relatam experiências bem sucedidas, utilizadas em diferentes níveis de ensino. O professor tem papel fundamental nas aulas de investigação e depende de suas ações o sucesso de cada etapa. Deve proporcionar um ambiente de curiosidade e questionamento, onde os alunos se sintam à vontade para pensar, argumentar, expor ideias, sem medo de avaliações e críticas, ou seja, um ambiente propício à aprendizagem. Nesse

sentido (PONTE; FERREIRA; VARANDAS; BRUNHEIRA; OLIVEIRA, 1999, p. 2), distinguem de um modo geral, três etapas fundamentais que são assim caracterizadas:

No arranque da atividade, o professor procura envolver os alunos no trabalho, propondo-lhes a realização de uma tarefa. Durante a atividade, verifica se eles estão a trabalhar de modo produtivo, formulando questões, representando a informação dada, ensaiando e testando conjecturas e procurando justificá-las. Na fase final, o professor procura saber quais são as conclusões a que os alunos chegaram como as justificam e se tiram implicações interessantes.

Na execução desta pesquisa, pretendemos realizar parte de nossas atividades investigativas com o uso de *softwares* de geometria dinâmica como instrumento que auxilie os estudantes em suas explorações. Nesse contexto, é necessário elaborar atividades investigativas com o intuito de despertar o interesse dos alunos para as atividades em questão, pois, apesar de dispormos de uma ferramenta passível de interesse de seus usuários, devemos tomar cuidado para que a atividade não se torne um mero exercício repetitivo, reproduzindo a tradicional metodologia de se ensinar Matemática.

Consideramos que as aulas na perspectiva das investigações matemáticas contrapõem ao isolamento docente, incentivam a colaboração entre estudantes e professores, propiciando condições para o desenvolvimento do trabalho coletivo e da autonomia dos estudantes. Dessa maneira, a interação entre professores e estudantes contribui para a formação de um novo cenário de aprendizagem, no qual os estudantes também sejam integrados ao processo de investigação com o intuito de construir sua aprendizagem. O aluno aprende como investigador e, assim, ao ser envolvido num processo de pequenos avanços e recuos, torna-se mais autônomo e gestor das suas próprias aprendizagens. Acreditamos que essa vivência traz vantagens para a aprendizagem da Matemática, uma vez que os processos matemáticos envolvidos são inerentes à própria matemática. Na prática, o aluno, ao experimentar a realização de diversas investigações evolui no sentido de desenvolver um “trabalho de formulação de questões, elaboração de conjecturas, teste, refinamento da demonstração e comunicação dos resultados aos seus pares” (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006, p. 22).

MÉTODOS E PROCEDIMENTOS

Entendemos que o desenvolvimento de pesquisa em Educação Matemática requer que o pesquisador adote ou construa métodos e procedimentos que atendam da melhor maneira possível ao seu objeto de estudo. Nosso trabalho estará baseado numa abordagem qualitativa, visto que a pesquisa qualitativa se desenvolve em um ambiente natural e os dados coletados são predominantemente descritivos, enfocados no processo. Embora tenhamos objetivos específicos, *a priori*, relacionados às investigações matemáticas, pretendemos utilizar uma análise de dados que tende a seguir um processo indutivo, para interpretação enquanto contribuições das investigações.

Nessa perspectiva, nossa pesquisa estará centrada no ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, especificamente no contexto de um estudo do conceito de função, limite, derivada e integral. O trabalho iniciará com uma pesquisa bibliográfica acerca de: investigações matemáticas; funções, limites, derivadas e integrais; e pensamento reflexivo. Em conjunto à pesquisa bibliográfica serão elaboradas atividades, particularmente atividades investigativas no sentido de (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006), que serão realizadas com estudantes universitários da disciplina de Cálculo I.

Com essa pesquisa pretendemos gerar um Produto Educacional contendo as atividades de investigação desenvolvidas e avaliadas, e apresentar para cada uma delas, sugestões metodológicas que servirão de auxílio a profissionais interessados nos objetivos relatados.

REFERÊNCIAS

BARUFI, M. C. B. **A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. 1999. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 1999.

BROCARDO, J. (2001). **Investigações na aula de matemática: A história da Rita**. In I. C. Lopes, J. Silva, & P. Figueiredo (EDs.), *Actas ProfMat 2001* (pp. 155-161). Lisboa: APM.

BRUNHEIRA, L. (2000). **O conhecimento e as atitudes de três professores estagiárias face à realização de atividades de investigação na aula de matemática** (Tese de mestrado, Univ. de Lisboa). Lisboa: APM.

DEWEY, JOHN. **Como Pensamos**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1959.

FIorentini, D.; Lorenzato, S.; **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, São Paulo: Autores Associados, 2006.

FONSECA, H. (2000). **Os processos matemáticos e o discurso em atividades de investigação na sala de aula** (Tese de mestrado, Univ. de Lisboa). (<http://ia.fc.ul.pt>).

FROTA, M. C. R. **Dois abordagens distintas da estratégia de resolução de exercícios no estudo de Cálculo**. In: LAUDARES, J. B.; LACHINI, J. (orgs.). Educação Matemática: a prática educativa sob o olhar de professores de Cálculo. Belo Horizonte: FUMARC, p. 89-122, 2001.

FROTA, M. C. R. **Experiência Matemática e Investigação**. Brasil: PUCMINAS, 2004.

FROTA, M. C. R. **Investigações na sala de aula de Cálculo**. In: Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, X. Anais... ANPED: São Paulo, 2006.

IGLIORI, S. B. C. **Considerações sobre o ensino do cálculo e um estudo sobre os números reais**. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (Orgs.) **Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Debates**. Recife: SBEM, p. 11-26, 2009.

NASSER, L. **Uma pesquisa sobre o desempenho de alunos de cálculo no traçado de gráficos**. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (Orgs.) **Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Debates**. Recife: SBEM, p. 43-58, 2009.

OLIVEIRA, H. M. **Atividades de investigação na aula de matemática: aspectos da prática do professor**. Lisboa, 1998. 271 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa.

PEREZ, F. **Um projeto de investigação-ação em torno das investigações matemáticas no estágio pedagógico**. Lisboa, 2003. 214 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa. Disponível em: <http://ia.fc.ul.pt>.

PONTE, J. P. (2006). **Estudos de caso em educação matemática**. *BOLEMA*, 25, 105-132.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. (2006). **Investigações matemáticas na sala de aula**– Col. Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; BRUNHEIRA, L.; VARANDAS, J. M.; FERREIRA, C. (1999). **O trabalho do professor numa aula de investigação matemática**. *Quadrante*, 7(2), 41-70. Disponível em: http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3042/1/98-Ponte%20etc%20Quadrante-MPT_.pdf. Acesso em: 30 de set. 2012.

REIS, F. S. **Tensão entre rigor e intuição no ensino de cálculo e análise: A visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos**. 2001. 302f. Tese (Doutorado), UNICAMP, Campinas, 2001.

REZENDE, W. M. **O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica.** In: MACHADO, N.; CUNHA, M. (orgs.). Linguagem, Conhecimento, Ação – ensaios de epistemologia e didática. São Paulo: Escrituras, 2003.

ROCHA, C. A. **Uma experiência com atividades de investigação na aula de Matemática: Competências matemáticas, atitudes e concepções de dois alunos do 7.º ano de escolaridade.** (Tese de mestrado, Universidade do Porto). Lisboa: APM. (disponível em <http://ia.fc.ul.pt>). 2003.

SANTOS, E. (2000). **O computador e o professor: Um contributo para o conhecimento das culturas profissionais dos professores.** Quadrante, 9(2), 55-81.