



CÁLCULO NO ENSINO MÉDIO: HISTÓRICO E PERSPECTIVAS

Débora Marília Hauenstein¹

Guilherme Porto²

Organização Curricular e Didática da Matemática

Resumo: Neste trabalho defendemos reformas curriculares direcionadas ao estudo de tópicos introdutórios de cálculo diferencial e integral durante o desenvolvimento do ensino médio com o objetivo de melhorar a transição para o ensino superior e contribuir para melhoria do rendimento dessa disciplina nas instituições de ensino superior. Este problema é fundamentado pelos altos índices de não-aprovação dos alunos que realizam esse curso. Apresentamos um histórico das reformas curriculares que já aplicaram tal proposta e argumentamos sobre os aspectos que devem ser considerados por uma futura reforma. Por fim, tecemos uma análise sobre a estrutura do ensino de cálculo e a possível necessidade de uma reforma curricular com o intuito de contribuir para a melhoria do panorama atual. **Palavras Chaves:** Cálculo Diferencial e Integral. Índices de reprovação. Reforma curricular.

INTRODUÇÃO

Neste trabalho defendemos que o currículo do ensino médio pode ser reestruturado de modo que permita o desenvolvimento de tópicos introdutórios de cálculo diferencial e integral articulados com os conteúdos que já integram o programa de ensino da matemática. Como contribuição original, realizamos um levantamento teórico e tecemos algumas conclusões sobre o tema.

Fundamentamos a relevância dessa pesquisa demonstrando que a problematização do ensino de cálculo está cada vez mais presente nos eventos acadêmicos e científicos dedicados ao estudo da educação matemática. Além disso, apresentamos dados estatísticos que confirmam o baixo rendimento das disciplinas de cálculo nas últimas décadas, constituindo uma preocupação para as universidades e uma temática relevante para os pesquisadores.

Utilizamos os trabalhos de Carvalho (1996), Soares (2004) e Silva (2016) para conhecer as reformas curriculares que já inseriram tópicos de cálculo na grade

¹ Mestranda em Ensino de Ciência. Universidade Federal de Pelotas. debora.hauenstein@ufpel.edu.br

² Doutorado em Matemática Aplicada. Instituto Federal Farroupilha. guilherme.porto@iffarroupilha.edu.br

curricular do ensino médio. Dessa forma, podemos compreender alguns dos aspectos que motivaram, dificultaram e contribuíram para a aplicação dessas propostas.

Seguindo a linha de pesquisa de Ávila (1991, 2006) e Duclos (1992), discutimos a viabilidade de que os conteúdos do ensino médio sejam trabalhados de forma integrada com conceitos introdutórios do cálculo, dessa forma, suavizando a transição para o ensino superior.

O restante do trabalho está organizado como segue. Na próxima seção, apresentamos as justificativas para o desenvolvimento deste trabalho, com ênfase para a constatação dos elevados índices de reprovação presentes nas disciplinas de cálculo.

A seção 3 é dedicada ao estudo das causas e consequências associadas com os problemas no processo de ensino-aprendizagem do cálculo. Na quarta seção construímos um histórico das reformas curriculares que introduziram o cálculo no ensino médio. Em seguida, apresentamos o embasamento teórico que fundamenta os motivos para introduzir o cálculo no ensino, como isso pode ser feito e quão benéfico pode ser. Por fim, tecemos nossas conclusões.

OS ÍNDICES DE REPROVAÇÃO COMO PROBLEMA DE PESQUISA

Desde seu surgimento, o cálculo diferencial e integral vem desempenhando papel fundamental no desenvolvimento de diversas ciências e tecnologias. Suas aplicações estão presentes em praticamente todos os segmentos, indo desde a análise de dados para estudos sociais até a elaboração de algoritmos e teorias abstratas na física, engenharia e computação. Sendo assim, é natural que seu processo de ensino e aprendizado seja estudado.

Os programas de ensino de cálculo diferencial e integral das instituições de ensino superior tem sido um dos principais focos de pesquisa da educação matemática ao longo das últimas décadas. Utilizando os dados coletados por Fiorentini (1993) e Cury (2009), organizamos um sumário que demonstra que essa temática está cada vez mais presente em eventos acadêmicos dedicados ao estudo de matemática.

- 1991: apenas 10 produções acadêmicas nacionais de educação matemática abordavam o ensino de cálculo.

- 1992 – 2001: 42% dos artigos presentes nos anais do Congresso Nacional de Engenharia (COBENGE) eram dedicados ao tema.
- 2001 – 2004: 36% das pesquisas apresentadas no Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) falam sobre o ensino da disciplina.
- 2002 – 2005: 19% dos artigos do Congresso Nacional de Matemática Aplicada (CNMAC) tratam sobre o estudo do cálculo.
- 2002 – 2006: 49% dos trabalhos do Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática (SIPEM) são dedicados à temática.

Sendo assim, é inegável que o processo de ensino e aprendizagem do cálculo tem relevância para alunos, professores e pesquisadores e, portanto, está sendo constantemente problematizado, investigado e avaliado para que possa ser melhorado.

Com intuito de problematizar os resultados que estão sendo obtidos pelo panorama atual do ensino de cálculo nas universidades, pesquisadores tem apontado o baixo rendimento apresentado pelos alunos na disciplina como uma questão preocupante que necessita ser investigada.

Rafael e Escher (2015) apresentam um estudo de caso onde realizam um levantamento estatístico dos índices de aprovação e reprovação na disciplina de cálculo nos anos de 2013, 2014 e 2015 em uma universidade privada do estado do Rio de Janeiro. Por meio dos dados coletados, os autores mostram que a quantidade de alunos não aprovados em cada semestre está entre 30% e 50% do total alunos egressos durante o período avaliado, caracterizando um índice de não aprovação superior ao de outras disciplinas.

Cabe destacar que o problema não é exclusivo do panorama atual de ensino, uma vez que também vem sendo observado ao longo das últimas décadas. Já em 1995, a Sociedade Brasileira de Matemática demonstrou estar preocupada com a situação do ensino de cálculo nas universidades nacionais, publicando em um de seus boletins informativos uma nota alertando sobre os altos índices de repetência.

Em 1999, Barufi realizou um estudo quantitativo e qualitativo sobre o rendimento das turmas de cálculo diferencial e integral da Universidade de São Paulo (USP) no período entre 1990 e 1995, demonstrando que os índices de reprovação estavam entre 20% e 75%. Rezende (2003) realiza um estudo mais atual, utilizando como base os dados coletados nas turmas da Universidade Federal Fluminense (UFF)

no período de 1996 a 2000, e observa resultados ainda mais alarmantes, constatando que as taxas de reprovação estavam entre 45% e 95%.

Analisando os índices de não aprovação das instituições de ensino superior estrangeiras, nos conscientizamos de que o fracasso no processo de ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral não é exclusivo das universidades nacionais.

O volume 98 da revista *American Mathematical Monthly* (1991) mostra que nos EUA, a cada ano, aproximadamente 600 mil pessoas se matriculam em disciplinas de cálculo em universidades americanas, cerca de 300 mil desses estudantes realizam a matéria de cálculo em cursos de engenharia e semelhantes, e uma quantidade menor do que a metade é aprovada ao final do semestre. Para mais informações sobre estudos internacionais dessa temática, recomendamos os trabalhos de David Tall (University of Warwick – Reino Unido), Anna Sierpinska (Concordia University - Canadá) e James Robert Leitzel (Duke University - EUA).

As pesquisas estudadas demonstram que realidades idênticas ocorrem em momentos e locais distintos, bem como em instituições de ensino superior públicas e privadas. Sendo assim, podemos constatar que os problemas apresentados constituem uma mazela enraizada no histórico da disciplina durante as últimas décadas. Por fim, concluímos que o ensino de cálculo necessita ser intensamente investigado e avaliado para que possamos melhorar o rendimento dos alunos e as metodologias utilizadas pelos docentes.

CAUSAS E CONSEQUÊNCIAS DO BAIXO RENDIMENTO

Oliveira *et al* (2018) mapearam os trabalhos que abordam as problemáticas do ensino de cálculo realizados no período de 2010 a 2018, com isso, identificaram algumas das principais causas para o baixo rendimento na disciplina. Dentre os tópicos apontados, destacamos a defasagem dos conhecimentos por parte dos alunos oriundos do ensino médio e as falhas na estrutura curricular dos programas de cálculo diferencial e integral das instituições de ensino superior.

Os autores também constataram algumas das principais medidas que estão sendo tomadas para sanar os problemas de aprendizagem do conteúdo. Visando combater as causas anteriormente destacadas, observamos que entre as possíveis soluções estão as propostas de reestruturação curricular que buscam inserir tópicos

iniciais de cálculo no ensino médio para permitir uma articulação mais integrada aos currículos do ensino superior.

Na próxima seção elaboramos um histórico das reformas curriculares que já introduziram tópicos de cálculo no ensino médio, observando o contexto em que essas propostas estavam inseridas e como ocorreram. Em seguida, debatemos os trabalhos de pesquisadores que propõem uma reforma na estrutura curricular atual, de forma que tópicos introdutórios de cálculo possam ser abordados durante o ensino médio.

Esperamos que nossa análise dessas propostas possa futuramente contribuir com melhorias na reestruturação dos currículos das disciplinas de cálculo, no processo de aprendizado dos alunos e nas metodologias de ensino empregadas pelos docentes.

UM HISTÓRICO CURRICULAR DO CÁLCULO NO ENSINO MÉDIO

No passado uma introdução a tópicos básicos de cálculo diferencial e integral já fez parte do ensino básico brasileiro, isto ocorreu em dois momentos: o primeiro, introduzido com a reforma proposta por Benjamin Constant no início da República (1890); o segundo iniciou-se com a Reforma Francisco Campos (1931).

A reforma de Benjamin Constant foi elaborada segundo os ideais de Augusto Comte e propôs uma reestruturação na educação brasileira que substituiu o ensino clássico da formação literária pela nova formação científica, dessa forma, mudando significativamente os principais focos e objetivos da educação nacional (SILVA, 2016).

Nesta proposta foram contemplados diversos tópicos de matemática, entre eles a disciplina de cálculo diferencial e integral no terceiro ano do ensino médio, no entanto este estudo não estava relacionado com outras áreas do conhecimento e acabava por perder seu sentido e o valor de suas diversas aplicações ao permanecer como uma ciência isolada e puramente formal. Consequentemente, na ausência de um vislumbre significativo desse tópico, ele acabou por ser retirado dos programas escolares durante o ano de 1900 (SILVA, 2016).

A Reforma Francisco Campos (1931) é conhecida como a primeira tentativa de estruturação e padronização de curso secundário nacional. Nesta proposta diversos conteúdos relacionados com a matemática foram unificados sobre o nome da disciplina de matemática e a mesma passou a ter seu próprio programa. O ensino da matemática foi dividido em áreas de conhecimento compostas por diversos conteúdos

que estavam relacionados, uma dessas áreas era dedicada a introdução do conceito de função e as noções de Cálculo Infinitesimal (SOARES, 2004).

As drásticas mudanças propostas na reforma Francisco Campos despertaram a resistência dos professores quanto a sua implementação, uma vez que não possuíam a formação adequada para lidar com essa nova estrutura de ensino. Além disso, as escolas não estavam devidamente equipadas para acompanhar tais mudanças, visto que sequer existia material didático apropriado para a realização dos estudos (SOARES, 2004).

Na Reforma Capanema (1941) houve uma significativa reformulação do ensino secundário, dessa forma, os conteúdos referentes ao cálculo passaram a estar presentes nos programas do ensino de matemática, no entanto, de forma mais sintética (CARVALHO, 1996).

O ensino de cálculo permaneceu nos currículos do ensino médio até 1961. Nas décadas de 60 e 70 o ensino de matemática no Brasil foi influenciado pelo movimento da Matemática Moderna. Conseqüentemente, a presença de diversos conteúdos foi repensada e problematizada, resultando na exclusão dos conteúdos de cálculo por serem considerados inapropriados para aquela etapa de ensino (CARVALHO, 1996).

Ainda hoje existem livros didáticos do ensino médio que trazem alguns tópicos introdutórios de cálculo, apresentando conteúdos como limites e derivadas relacionadas a taxas de variação sem realizar um aprofundamento teórico e dando ênfase para suas aplicações e significados práticos. No entanto, esses tópicos raramente são abordados pelos professores, pois ou são considerados muito difíceis para tal fase do desenvolvimento intelectual do aluno, ou simplesmente não existe tempo no calendário acadêmico para que sejam trabalhados.

A INTRODUÇÃO DO CÁLCULO NO ENSINO MÉDIO

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) apontam que o currículo deve ser construído de forma que os conteúdos vistos durante o ensino médio devem preparar o aluno para continuar seus estudos em nível superior. Segundo Castro (2009), o conteúdo de funções é um dos mais problemáticos para os alunos e, ao mesmo tempo, é um dos mais importantes para a estruturação dos conteúdos do cálculo diferencial e integral. Portanto, as deficiências provenientes do ensino médio

precisam ser superadas para um melhor desenvolvimento dos estudos no ensino universitário.

O tempo de transição entre a conclusão do ensino médio e o ingresso no ensino superior é, geralmente, de poucos meses. Sendo assim, não é plausível supor que em tão pouco tempo ocorra um desenvolvimento intelectual tão significativo que justifique o ensino do cálculo apenas na educação universitária. Sendo assim, podemos inferir que é possível abordar tópicos introdutórios da disciplina ainda no fim do ensino médio e, conseqüentemente, podemos reformar o currículo do ensino secundário para incluir esse novo conteúdo.

Ávila (1991, p.6-7) analisou a estrutura curricular do ensino médio e criticou sua organização, observando que “[...] a ideia de que os programas de matemática são extensos e não comportariam a inclusão do cálculo é um equívoco. Os atuais programas estão, isto sim, mal estruturados.” Além disso, propôs mudanças significativas no ensino de funções ao declarar que “[...] o conceito de derivada pode ser ensinado, com grande vantagem, logo na primeira série do segundo grau, ao lado do ensino de funções”.

Duclos (1992) também propõe uma reforma substancial no currículo do ensino médio para que ele seja integrado ao desenvolvimento dos tópicos de cálculo do ensino superior. O autor defende que, sendo apresentado de maneira apropriada, o conteúdo deixa de ser difícil e passa a ser vantajoso pelo poder de alcance dos métodos desenvolvidos. Além disso, ele observa que os estudos de funções e polinômios podem ser articulados com a introdução de tópicos práticos de limites e derivadas, tornando o estudo mais significativo devido as importantes aplicações dos métodos aprendidos.

Ávila (2006) afirma que os professores cumprem programas curriculares longos e fragmentados que prejudicam o processo de aprendizagem. Duclos (1992) e Ávila (2006) defendem que a articulação do conteúdo regular do ensino secundário com tópicos de cálculo pode contribuir para o exercício docente, uma vez que possibilita abordagens mais significativas. As aplicações práticas do cálculo podem despertar o interesse dos alunos e motivar o estudo. O conceito de derivada, por exemplo, pode ser aliado ao estudo da cinemática na disciplina de física, demonstrando sua utilidade em um contexto interdisciplinar.

Em seções anteriores constatamos que o problema com ensino-aprendizagem de cálculo ocorre em escala mundial, sendo assim, é natural que as medidas adotadas

também sejam semelhantes. Em nível internacional podemos citar o movimento Calculus Reform que tem como uma de suas principais características a defesa da inserção de programas educacionais no ensino de cálculo, sendo usados tanto para o aprendizado formal como para a aplicabilidade em situações práticas (SCHOENFELD, 1995)

Os argumentos apresentados legitimam a introdução do estudo de cálculo no ensino médio. A proposta é justificada pela transição conturbada entre o ensino médio e o superior, que pode ser considerada uma das possíveis causas dos elevados índices de repetência nas disciplinas de cálculo. Além disso, demonstramos que a viabilidade de sua aplicação está associada com a construção de um novo currículo, que permita um ensino mais integrado com as aplicações práticas que serão foco de estudo no ensino superior.

ANÁLISE E CONCLUSÕES

Buscando compreender o que produz o baixo rendimento das disciplinas de cálculo, analisamos suas possíveis causas e concluímos que a falta dos conhecimentos que são pré-requisitos para o ingresso no ensino superior e a pouca motivação do aluno para o estudo são alguns dos fatores mais preocupantes.

O aprendizado da matemática é estruturado em camadas que, conforme o aluno avança entre as etapas de ensino, vão sobrepondo os conhecimentos anteriores e desenvolvem a capacidade cognitiva que possibilita a compreensão dos conceitos mais complexos. Neste sentido, as propostas de reformulação e articulação entre os currículos do ensino médio e superior podem modernizar essa estrutura de aprendizado, com intuito de produzir um modelo que apresente melhores resultados para o ensino do cálculo.

Atualmente, universidades e professores de cálculo têm trabalhado para melhorar o rendimento da disciplina por meio da realização de cursos preparatórios e programas de reforço extraclasse. No entanto, essas medidas apenas remediam situações enraizadas na fundamentação do processo de aprendizado da matemática e na estruturação dos currículos de ensino médio e superior. Acreditamos que a reforma curricular pode evitar o surgimento desses problemas, evitando a necessidade de consertá-los.

Destacamos que, mesmo que as disciplinas de cálculo ainda apresentem altos índices de não aprovação, é possível perceber um grande esforço da comunidade acadêmica em buscar melhorias para essa situação. No entanto, defendemos que talvez sejam necessárias mudanças ainda mais profundas na estruturação do ensino da disciplina.

Por fim, reconhecemos que o trabalho de melhorar os índices de aproveitamento nas disciplinas de cálculo é árduo e está em sua fase inicial de desenvolvimento, mas possui potencial para melhorar a qualidade da educação universitária como um todo, fortalecendo cada vez mais o ensino do cálculo e sua estruturação curricular.

REFERÊNCIAS

ÁVILA, Geraldo. O Ensino do Cálculo no Segundo Grau. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, n.18, p.1-9, 1991.

ÁVILA, Geraldo. Limites e Derivadas no Ensino Médio. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro n. 60, p. 30–38, 2006.

BARUFI, Maria C. Bonomi. A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral, 1999. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 1999.

CARVALHO, João Pitombeira de. O cálculo na escola secundária: algumas considerações históricas. **Caderno CEDES**. Campinas: Papyrus, n. 40, p. 68-81, 1996.

CASTRO, Maria Helena Guimarães de. Sistemas de avaliação da educação no Brasil: avanços e novos desafios. **São Paulo em Perspectiva**, São Paulo, v. 23, n. 1, p. 5-18, jan./jun. 2009.

CURY, Helena Noronha. COBENGE e ensino de disciplinas matemáticas nas Engenharias: um retrospecto dos últimos dez anos. In: **CONGRESSO BRASILEIRO**

DE ENSINO DE ENGENHARIA, 30., 2002, Piracicaba. **Anais [...]**. Piracicaba: Unimep, 2002.

DUCLOS, Robert Costallat. Cálculo no Segundo Grau. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, n. 20, p. 26-30, 1992.

FIORENTINI, Dario. Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação, 1994. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1994.

OLIVEIRA, Ricardo Augusto; GONÇALVES, William Vieira; PIASSON, Diego. O uso do Geogebra para o ensino de cálculo diferencial e integral, um mapeamento de suas publicações. **Revista Thema**, v. 15, n. 2, p. 466-484, 2018.

RAFAEL, Rosana Cordeiro; ESCHER, Marco Antonio. Evasão, baixo rendimento e reprovações em Cálculo Diferencial e Integral: uma questão a ser discutida. In: **Encontro Mineiro de Educação Matemática**, 7., 2015. Juiz de Fora. **Anais [...]**. Juiz de Fora: SBEM, 2015.

REZENDE, Wanderley Moura. O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica, 2003. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2003.

SCHOENFELD, Alan H. A brief biography of calculus reform. **UME Trends: News and Reports on Undergraduate Mathematics Education**, v. 6, n. 6, p. 3-5, 1995.

SILVA, Everaldo Paulo da; SCHUBRING, Gert. Cálculo em matemática: um assunto para o ensino em geral ou específico para o ensino técnico. **História da Educação**, v. 20, n. 49, p. 65-80, 2016.

SOARES, Flávia dos Santos; DASSIE, Bruno Alves; ROCHA, José Lourenço da. Ensino de matemática no século XX – da Reforma Francisco Campos à

Matemática Moderna. Horizontes, Bragança Paulista, v. 22, n. 1, p. 7-15, jan./jun. 2004.